

DETERMINAREA ACTIUNILOR RESPONSABILE DE MISCAREA MECANICA A BIOMECHANISMELOR PRIN METODA MECANICII INVERSE

asist. univ. dr. Mircea BARBUCEANU¹⁾, conf. univ. dr. Sorin Anghel¹⁾,
lector dr. Daniela BARBUCEANU¹⁾, fiz. drd. Amalia POPESCU²⁾

¹⁾ Universitatea din Pitesti, Facultatea de Stiinte, ROMÂNIA

²⁾ BRML-Institutul National de Metrologie Bucuresti, ROMÂNIA

Abstract

The kinematics and dynamics analysis of biomechanical systems cannot be performed by the classical methods. Biomechanical experiment is unique, unrepeated, and not permits to measure internal parameters in vivo. For this reason it is necessary to use specific methods, experimental and theoretical, sudden and noninvasive, in order to determine the kinematics and, subsequently, to estimate the dynamics of the motion. In this work one such methods are presented: reverse mechanics – to estimate the dynamical parameters inaccessible to the direct measurements.

1. OBIECTUL METODEI

Una dintre problemele foarte importante ale biomecanicii este aceea a determinării acțiunilor și reacțiilor care produc sau sunt produse de mișcările considerate. Datorită specificului acestui tip de sisteme mecanice, aceste acțiuni nu sunt accesibile experimentului direct. În acest studiu este prezentată - principial - o metodă de rezolvare a acestei probleme, denumită generic „mecanica inversă”. A fost dezvoltată în mod absolut propriu de către autori pentru a răspunde următoarelor cerințe concrete:

- în studiile biomecanice moderne, tehnica analizei videocomputerizată de imagine poate oferi cinematica completă a mișcării oricărui biomecanism. Astfel, problema ce se ridică este absolut inversa unei probleme uzuale de mecanică: cunoscându-se mișcarea (cinematica) și modelul mecanic al sistemului, se pune problema determinării acțiunilor mecanice generatoare (torsiurilor acestora).

2. PRINCIPIILE A METODEI

Pentru o claritate maximă, în cele ce urmează, vom considera ca sistem mecanic analizat un caz ideal (pur teoretic), anume acela al unei bare articulată la un capăt, care se rotește sub acțiunea câmpului gravitațional și a unui cuplu dat, \vec{C} . Prezentarea schematică a situației ideale și a notațiilor ce vor interveni în continuare este cuprinsă în figura 1.

Modelul mecanic al acestui fenomen, este binecunoscut:

$$\frac{ml^2}{3} \ddot{q} + \frac{mgl}{2} \sin q = C \quad (1)$$

În cazul în care cuplul este constant și mic, sistemul va oscila (nearmonic) în jurul poziției de echilibru stabil; aceasta va fi descrisă de minimul energiei potențiale. Unghiul q_e al acestei poziții va fi dat de relația:

$$\sin q_e = \frac{2C}{mgl}, \quad q_e \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \quad (2)$$

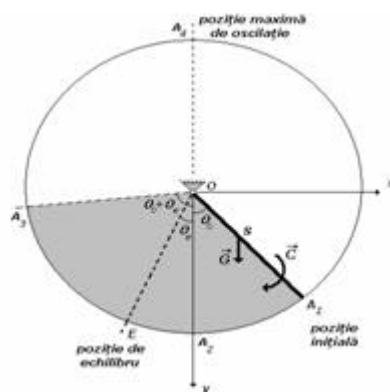


Fig. 1. Reprezentarea schematica a „biomecanismului” ideal supus analizei prin metoda mecanicii inverse

Cu ajutorul unui program propriu a fost realizata estimarea numerica a cuplului constant ce determina caracterul oscilatoriu al miscarii pentru urmatoarele valori ale marimilor caracteristice sistemului mecanic ideal considerat (fig. 2).

$$m = 1\text{kg}, l = 1\text{m}, g = 9,81 \frac{m}{s^2}, q_o = \frac{p}{3} = 1.47, \dot{q}_o = 0 \quad (3)$$

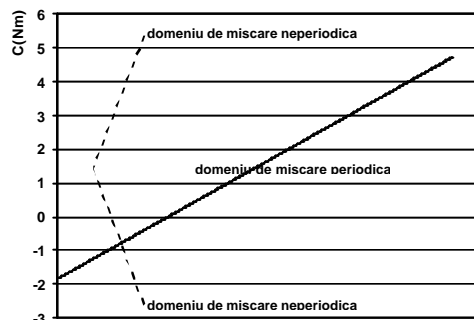


Fig. 2. Limitele de variatie ale unui cuplu constant ce produce oscilatia barei pentru valorile numerice considerate

Numeric, din tabelul de variatie obtinut, putem scrie:

$$C^{osc} \in (-1,84, 4,73) Nm \quad (4)$$

Pentru doua valori distincte, una din interiorul intervalului stabilit - $C = 4 Nm$ - si una din afara acestuia - $C = 5 Nm$ - am simulat miscarea barei. Rezolvarea numerica a ecuatiei de miscare în aceste conditii s-a realizat prin metoda Runge-Kutta de ordinul al IV^{-lea}, cu pasul de integrare $\Delta t = 0.01s$ printr-un alt program propriu de calcul. Prelucrarea grafica a fisierului de date obtinute a condus la urmatoarele aspecte, care au confirmat consideratiile cu privire la cuplul constant ce determina caracterul oscilatoriu al miscarii:

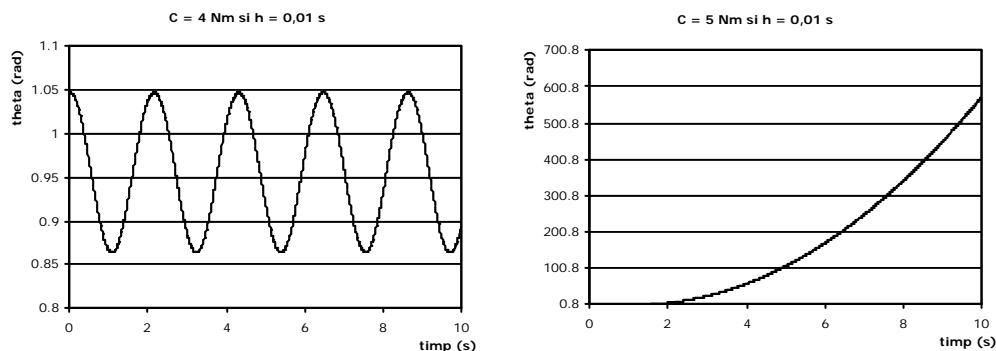


Fig. 3. Variatia unghiului q pentru cele valori diferite ca semnificatie ale cuplului constant

Modelul matematic reprezentat de ecuația (1) este valabil pentru deplasarea barei sub acțiunea oricărui tip de cuplu. În mecanica teoretică, forma cea mai generală a acestuia se consideră a fi dată de următoarea dependență, posibilă a fi descrisă analitic:

$$C = C(t, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (5)$$

Vom considera în continuare două cazuri generale distincte - dependența liniară și neliniară - cu valori numerice concrete în care prezentăm simularea mișcării, constând în reprezentarea grafică a variației în timp a coordonatei unghiulare a barei

1°. Dependența liniară, explicită: $C = (a\dot{\mathbf{q}} + b\mathbf{q} + ct + d) Nm$ - figura 4.

2°. Dependența neliniară, explicită: $C = (a\dot{\mathbf{q}} + b\sin \mathbf{q} + ct^2 + d) Nm$ - figura 5.

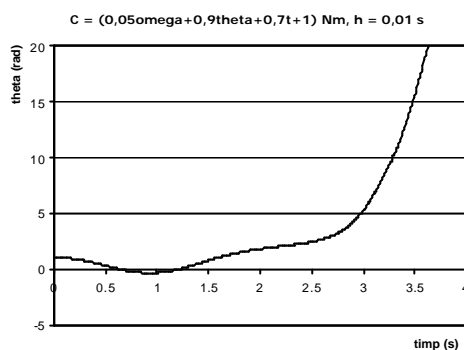


Fig. 4

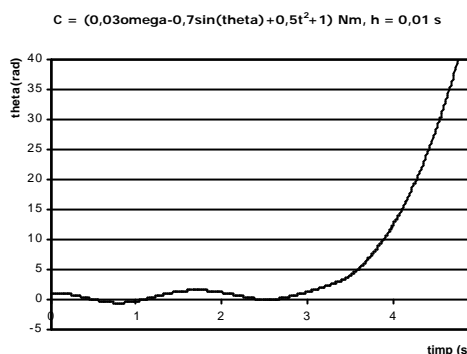


Fig. 5

În cadrul „mecanicii inverse” a acestui sistem vom considera ca fisierul de date $\mathbf{q} = \mathbf{q}(t)$ din „problema directă” - ce au stat la baza reprezentărilor grafice anterioare - au fost obținute prin analiză videocomputerizată a sistemului considerat - cu viteza „de tragere” a camerei de filmat rapide de $v = \frac{1}{h} = \frac{1}{\Delta t} \text{cadre/s}$ - și ne propunem să determinăm acțiunile mecanice care au determinat această mișcare (presupunând, evident, că acestea nu se cunosc).

Evident, soluția problemei nu este unică. Asigurarea unicității acesteia presupune un set suplimentar de ipoteze asupra componentelor torsorului acțiunilor mecanice aplicate sistemului. Astfel, întrucât ne aflăm în câmp gravitațional terestru și bara este omogenă, vom fi obligați să considerăm greutatea acesteia acționând în centrul de greutate (mijlocul barei). Apoi, articulația barei fiind de rotație, considerăm că asupra sistemului mai poate acționa și un cuplu dezvoltat în aceasta. Cu aceste considerații „naturale”, obținem același model matematic dat de relația (1). Pe baza fisierului de date corespunzător obținut în problema directă - ce conține cinematica mișcării, $\mathbf{q} = \mathbf{q}(t)$ - dar presupus, așa cum spuneam a fi rezultat în urma unei analize videocomputerizate a fenomenului mecanic, ecuația (1) permite calculul variației discrete a cuplului C . Metodele numerice implicate sunt cele de derivare numerică a unghiului de rotație.

Se obține un alt fișier de date, ce va conține valorile $C = C(t)$ la momentele de timp discrete considerate, date de pasul numeric specificat. Aceste date vor fi reprezentate grafic și se va realiza interpolarea lor pe baza formulelor literale postulate, urmărindu-se determinarea coeficienților ce apar în acestea (a, b, c, d).

Vom realiza acest lucru în cele ce urmează, considerând problema inversă corespunzătoare cazurilor tratate anterior ca problema directă (ca „experiment de analiză videocomputerizată”). Vom urmări cât de aproape „ne întorcem” prin acest raționament de situația din problema directă, adică vom urmări cât de apropiate sunt valorile, respectiv expresiile obținute pentru cupluri prin raționamentul prezentat față de cele corespunzătoare din problema directă.

Curbele (dreptele) de interpolare - acolo unde este cazul - vor fi trasate îngrosat și, alăturat va fi scrisa ecuația acestora, care permite compararea imediată cu expresia cuplului din problema directă, înscrisă în titlul fiecărei reprezentări grafice. Programele implicate sunt, de asemenea proprii.

1°. Cuplu constant, determinând ambele tipuri de mișcare (oscilantă sau nu).

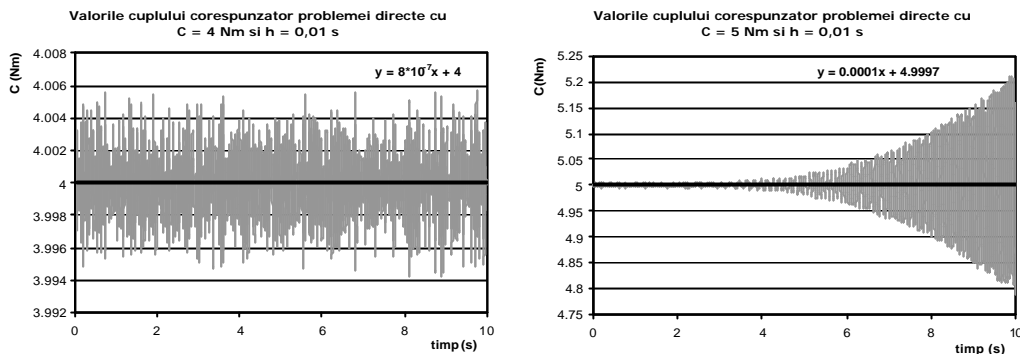


Fig. 6

2°. Dependentă liniară, explicită: $C = (a\dot{q} + bq + ct + d) Nm$

În acest caz nu mai avem posibilitatea unei reprezentări grafice, ceea ce presupune și abordarea unei alte metode. Ca urmare, au fost scris un program prin care, plecând de la ipoteza cunoașterii valorilor din problema directă cu datele și reprezentarea grafică din fig. 4, precum și a dependentei liniare de tipul considerat, s-au calculat valorile *cele mai probabile* ale celor patru coeficienți. S-au obținut valorile:

$$a = 0,50062, \quad b = 0,90114, \quad c = 0,70006, \quad d = 1,0040 \quad (6)$$

În cazul în care s-a presupus lipsa informației cu privire la liniaritatea dependentei cuplului de cele trei variabile, prin utilizarea unei interpolări bazate pe un polinom Newton generalizat de ordinul al treilea, corespunzătoare unui soft de calcul dedicat acestei probleme, s-au obținut valori cu eroare ceva mai semnificativă:

$$a = 0,0476, \quad b = 0,9254, \quad c = 0,6881, \quad d = 1,026 \quad (7)$$

termenii superiori celor liniari fiind practic neglijabili (a se vedea și discuția următoare).

3°. Dependentă neliniară, explicită, de timp: $C = (a\dot{q} + b \sin q + ct^2 + d) Nm$

Deși pare diferit, acest caz se reduce la cel precedent. În primul subcaz, anume cel al presupunerii cunoașterii informației cu privire la dependentă analitică a cuplului, efectuând „schimbările de variabile” $x \rightarrow \dot{q}$, $y \rightarrow \sin q$, $z \rightarrow t^2$ obținem dependentă sub forma

$$C = ax + by + cz + d \quad (8)$$

Din cunoașterea lui t, q, \dot{q} se estimează imediat valorile discrete ale lui x, y, z . Apoi se aplică aceleași programe ce ne dau cu bună aproximație cei patru coeficienți.

Discuții:

- În cazul în care nu se cunoaște forma analitică a dependentei cuplului de cele trei variabile, procedam absolut identic cu situația similară din cazul anterior, calculându-se tot coeficienții unui polinom de interpolare. Întrucât acest caz nu presupune nici o noutate, am considerat inutil de a mai considera valori numerice.
- În primele două situații metoda de interpolare aplicată a fost cea liniară, bazându-ne pe „informații” suplimentare. Rezultate extrem de apropiate se obțin însă dacă, presupunând că nu se cunoaște că dependentă respectivă este liniară, se utilizează metode de interpolare polinomiale, oarecare.

În continuare, pentru a estima influența pasului de numerizare asupra erorilor ce se realizează în metoda mecanicii inverse, vom considera pentru problema directă și pentru cea inversă două dintre situațiile anterioare: cea a cuplului constant $C = 4 Nm$ și cea a

dependentei explicite numai de viteza unghiulara, $C = (0,1 \omega + 1) Nm$. Acestea, conform unei analize succinte, se afla la extremele de eroare înregistrata prin aplicarea metodei ce face obiectul de studiu al acestui paragraf: în situatia cuplului constant eroarea înregistrata are ordinul de marime 10^{-7} , iar în cel de-al doilea caz, eroarea este de ordin 1, comparabila cu valoarea coeficientului vitezei unghiulare. În ambele cazuri vom considera trei pasuri numerice, de ordine de marime diferite, si vom studia influenta acestora; grafic se obtin urmatoarele variatii:

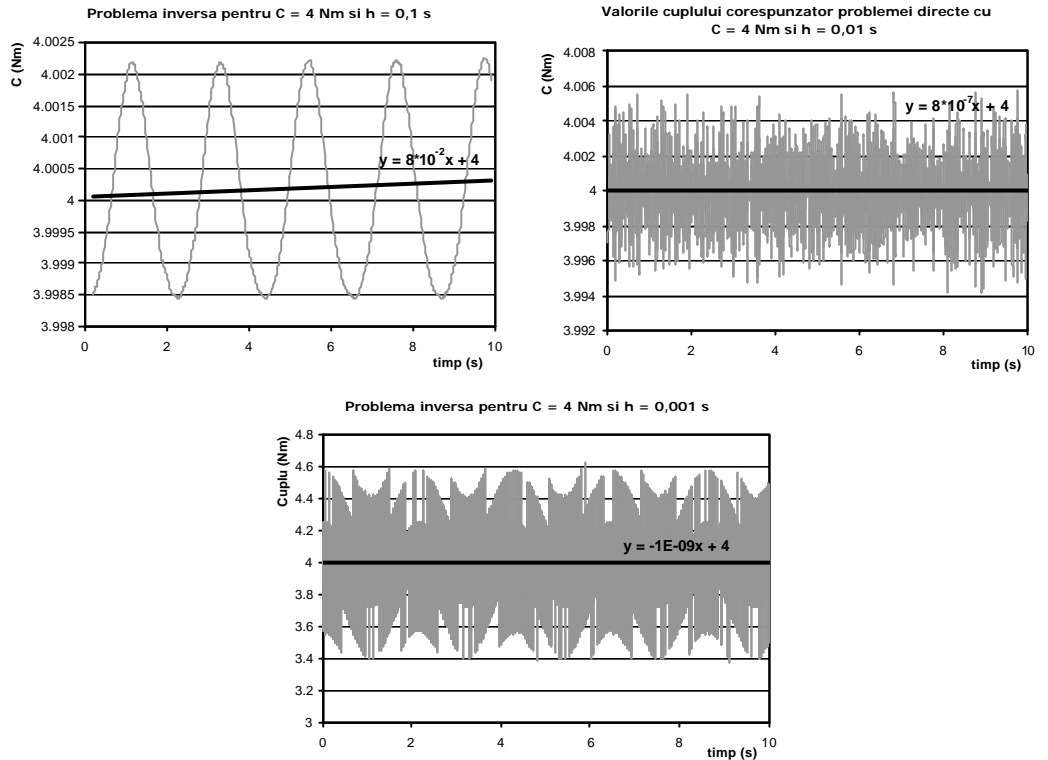


Fig. 7

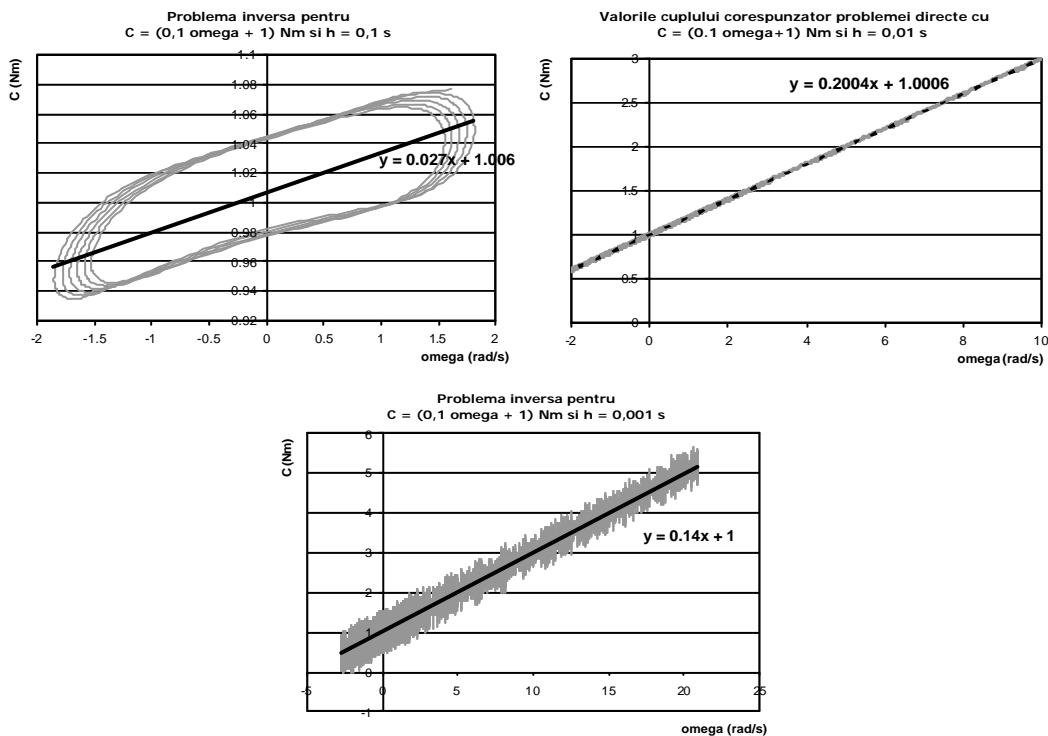


Fig. 78

Concluziile teoretice care se impun dupa efectuarea tuturor acestor consideratii sunt deosebit de importante pentru transpunerea acestei metode la situatia reala:

1. Pentru primele cazurile simple, anume $C = ct.$, $C = C(t)$, $C = C(q)$, rezultatele obtinute prin metoda mecanicii inverse sunt extrem de precise, înregistrându-se erori în calculul valorii cuplului constant sau al coeficientilor din expresiile cuplurilor dependente liniar de timp sau coordonata unghiulara de ordinul $10^{-7} \dots 10^{-3}$; de îndata ce în expresia cuplului intervine viteza unghiulara, eroarea metodei devine apreciabila.
2. Rezultatele extrem de precise în cele trei cazuri simple se mentin chiar daca nu se detin informatii asupra invariantei sau tipului de variatie a cuplului de argumentele timp si coordonata unghiulara, utilizându-se metode de interpolare generale, polinomiale, a datelor numerice discrete provenite din problema directa. Astfel de informatii conduc însa la micșorarea neta a erorii de calcul.
3. În toate cazurile, odata cu scaderea pasului de integrare în problema directa si, corespunzator a pasului numeric în problema inversa, s-a înregistrat scaderea erorii înregistrata în recalcularea valorii sau expresiei cuplului ce a determinat miscarea.
4. Scaderea erorii de calcul al cuplului constant sau al coeficientilor variatiei analitice a acestuia de cele trei argumente posibile odata cu scaderea pasului numeric este considerabila în cele trei cazuri simple amintite în observatiile precedente (este vorba chiar de câteva ordine de marime) si devine esentiala acolo unde expresia cuplului prezinta dependenta de viteza unghiulara. Acest fapt este explicabil, întrucât calcularea numerica a expresiei vitezei unghiulare presupune calculul numeric al derivatei de ordinul întâi a coordonatei unghiulare, în care eroarea depinde extrem de puternic de pasul numeric:

$$e_i = \frac{h^2}{12} [f'''(x_i) + f'''(z_i)] \Rightarrow e_i \approx h^2 \quad (9)$$

Prin urmare, micșorând pasul de calcul numeric, eroarea va scadea considerabil.

3. METODA MECANICII INVERSE ÎN CAZURI REALE

Pe baza metodei dezvoltata anterior se pot pune la punct programe reale de prelucrare a datelor cinematice obtinute prin masuratori directe si analiza videocomputerizata a sistemelor mecanice reale, în speta a sistemelor biomecanice cu privire la care aceste tipuri de masuratori sunt printre foarte putinele care pot oferi informatii stiintifice concludente.

„Schema logica” de ansamblu privind algoritmul de desfasurare al unor determinari complete ale mecanicii acestui tip de sisteme (valabila pentru *orice tip* de sistem mecanic) - constând din masuratori directe si analiza videocomputerizata, urmate de considerente de mecanica inversa - este prezentata în diagrama din fig. 9.

Analiza teoretica a principiilor mecanicii inverse - concluziile acestei analize - conduce însa la urmatoarele conditii impuse unui studiu viabil bazat pe schema anterioara al unui biomecanism:

1. Pentru ca erorile valorilor finale sa fie cât mai mici (în limite acceptabile), este necesar ca baza de timp a înregistrarilor, aceeasi cu impusa calculului numeric, sa fie micșorata cât mai mult. O analiza matematica riguroasa - care nu face obiectul acestui studiu, poate conduce la estimarea erorilor propagate în rezultatele finale ca urmare a celor implicate în determinarea lor: erori de înregistrare (mai ales cele

ținând cont de puterea de rezoluție a camerelor de filmare), erori datorate bazei de timp, erori de calcul efectiv (de trunchere a unor valori) etc.

2. Pentru ca rezultatele să fie cât mai apropiate de cele reale în ceea ce privește semnificația fizică a acestora, ipotezele simplificatoare necesare modelării matematice trebuie să fie în concordanță cu realitatea. Este vorba de ipoteze legate atât de structura sistemului mecanic și modul de desfășurare a mișcării acestuia, cât și de considerarea torsorilor acțiunilor mecanice directe și de legătura, prin reducerea acestor sisteme de forțe în mod adecvat (de exemplu, niciodată nu vom considera greutatea acționând în alt punct decât în centrul de greutate).
3. Pentru mărirea apropierii de situația reală și micșorarea erorii finale este necesar ca prin studii comparative să se facă ipoteze simplificatoare asupra tipurilor de variații analitice ale acțiunilor mecanice ce determină fenomenul mecanic studiat. În cazul în care nu este posibil acest lucru, cea mai mare precizie o produc ipotezele de constantă sau variație liniară pe porțiuni; este însă necesar în cazul utilizării acestora să se determine prin studii calitative și cantitative, acele intervale de valabilitate a acestor aproximări (așa cum este cazul cuplurilor din gigantica prezentate anterior).
4. În cazul în care nu se pot evita ipotezele cu privire la dependente de viteze, este necesară mărirea considerabilă a vitezei de tragere a camerelor de filmare.

Bibliografie

- [1] Academia Română, **Biomecanica**, Colectie de articole de biomecanica publicata în Editura Academiei R.S.R., 1989
- [2] Audu M., Kirsch R., Triolo R., **A computational technique for determining the ground reaction forces in human bipedal stance**, Journal of Applied Biomechanics, 19/2003, p. 361-371
- [3] Barbuțeanu M., Giosanu D., **Biofizica - fundamente și aplicații**, Ed. Universității din Pitești, 2004
- [4] Barbuțeanu M., Iorga-Siman I., **Biomecanica sportivă**, Editura Universității din Pitești, 2003
- [5] Barbuțeanu M., Iorga-Siman I., Giosanu D., Barbuțeanu D., **Modern methods in cinematics and analysis of biomechanical system**, Sesiunea științifică anuală a cadrelor didactice, Facultatea de fizică, Magurele - București, iunie 2004, p. 60
- [6] Barbuțeanu M., Iorga-Siman I., Giosanu D., Barbuțeanu D., Toma D., **Principiile analizei videocomputerizate și mecanicii inverse în determinarea cinematicii și dinamicii sistemelor biomecanice din sport**, A XXVII-a Conferința Națională de Mecanica Solidelor, Universitatea din Târgoviște, Institutul de Cercetare Științifică Multidisciplinară, 28-29 mai 2004, p. 13
- [7] Dainis A., **Cinematographic analysis of the handspring vault**, *Research Quarterly*, 50/1979
- [8] Dodescu Gh., Toma M., **Metode de calcul numeric**, Editura didactică și pedagogică, București, 1976
- [9] Pandrea N., **Mecanica**, vol. I, II, Editura Universității din Pitești, 1994
- [10] Pelecudi Chr., Maros D., Merticaru V., Pandrea N., Simionescu I., **Mecanisme**, Editura didactică și pedagogică, București, 1985
- [11] Rosca I. Gh., Apostol C., Ghilic-Micu B., Rosca V., **Prelucrarea fisierelor în Pascal**, Editura Tehnica, București, 1994
- [12] Spägele T., Kistner A., Gollhofer A., **Modelling, simulation and optimization of a human vertical jump**, Journal of Biomechanics, 32/1999, p. 521-530
- [13] Toma M., Odăgescu I., **Metode numerice și subrutine**, Editura Tehnica, București, 1980
- [14] Voinea R., Voiculescu D., Ceausu V., **Mecanica**, Editura didactică și pedagogică, București, 1983
- [15] Zatsiorsky. V. M., **Biomechanics in sport. Performance and injury prevention**, Vol. IX of the ENCYCLOPEDIA OF SPORTS MEDICINE, Blackwell Science Published, London, 2000

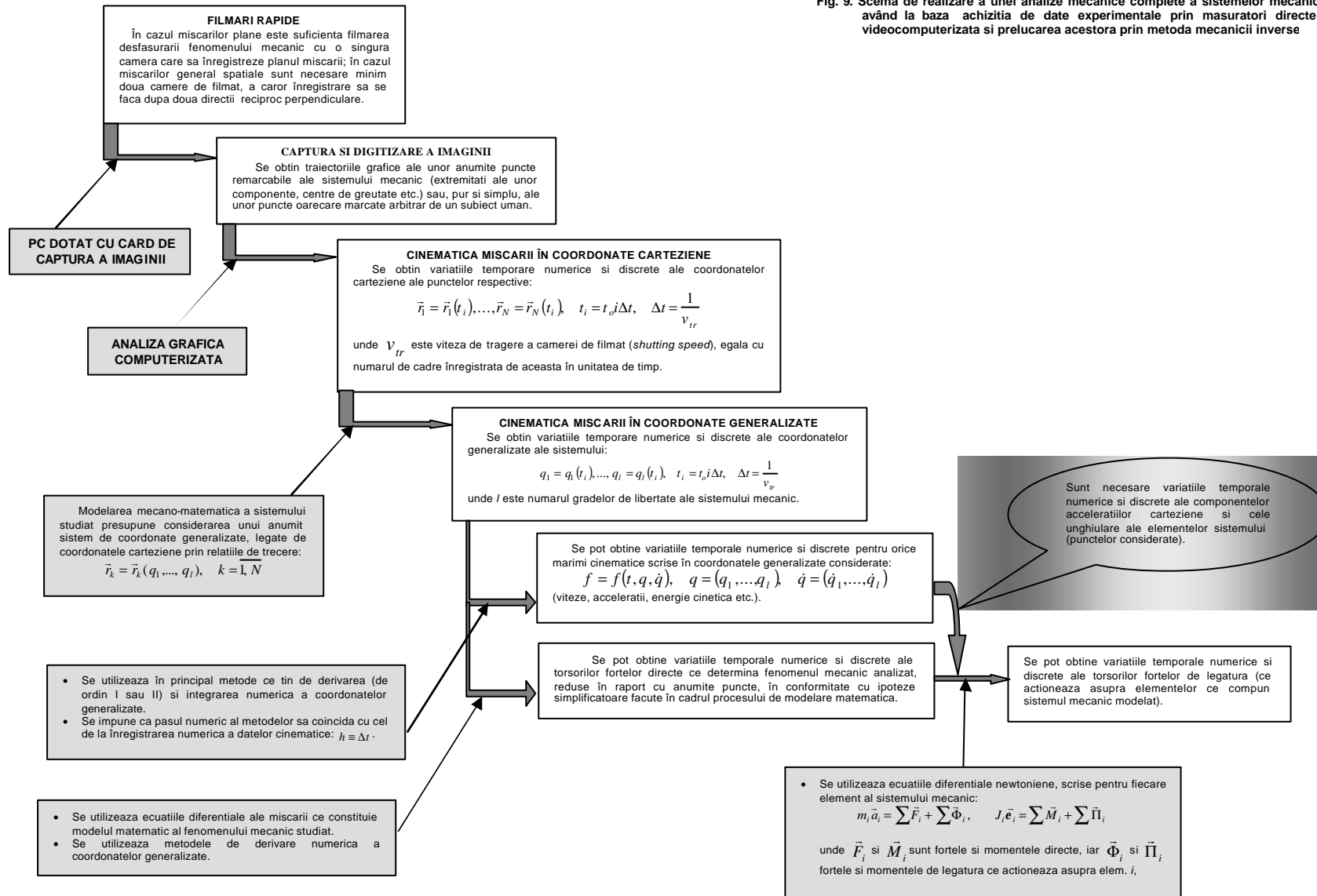


Fig. 9. Scema de realizare a unei analize mecanice complete a sistemelor mecanice complexe având la baza achiziția de date experimentale prin măsurători directe și analiza videocomputerizată și prelucrarea acestora prin metoda mecanicii inverse

- asist. univ. dr. **Mircea BARBUCEANU**, Catedra de Chimie-Fizica a Facultatii de Stiinte, Universitatea din Pitesti, str. Târgul din Vale, nr. 1, 110040, ROMANIA, tel. 0248218477, fax 0248216448, e-mail mircea_barbuceanu@yahoo.com;
- conf. univ. dr. **Sorin ANGHEL**, Catedra de Chimie-Fizica a Facultatii de Stiinte, Universitatea din Pitesti, str. Târgul din Vale, nr. 1, 110040, ROMANIA, tel. 0248635442, fax 0248216448;
- lect. univ. dr. **Daniela BARBUCEANU**, Catedra de Biologie a Facultatii de Stiinte, Universitatea din Pitesti, str. Târgul din Vale, nr. 1, 110040, ROMANIA, tel. 0248218477, fax 0248216448, e-mail daniela_barbuceanu@yahoo.com;
- fizician CPII **Amalia POPESCU**, BRML-Institutul National de Metrologie Bucuresti, Sos. Vitan Bârzesti nr. 11, 042122, ROMANIA, e-mail: amalia_popescu@yahoo.com;