

## MODELAREA MINI ȘI MICROROBOȚILOR PE ROȚI

Olimpiu TĂTAR, Dan MÂNDRU, Rareș CRIȘAN

Universitatea Tehnică din Cluj-Napoca, Facultatea de Mecanică

Catedra: Mecanisme, Mecanică Fină și Mecatronică,

400641, Cluj-Napoca, B-dul Muncii 103-105, e-mail: [olimpiut@yahoo.com](mailto:olimpiut@yahoo.com)

**Abstract:** A wheeled mobile robot is a robot capable of locomotion on a surface solely through the actuation of wheel assemblies mounted on the robot and in contact with the surface. The wheel assembly provides relative motion between its mount and a surface on which it is intended to have a single point of rolling contact. In this paper the kinematic model of the mobile mini/microrobots with two and three wheels is presented. The dynamic model of the mobile mini/microrobots with four wheels is given using a simplified model with two wheels.

### 1. MODELUL CINEMATIC AL MIN/MICROROBOȚILOR CU DOUĂ ROȚI MOTOARE

Un sistem clasic de locomoție, în cazul microroboților, este constituit din două roți acționate de către un motor, stabilitatea putând fi asigurată de unul sau două elemente de rulare sferice (fig. 1a), [5]

În cazul unui solid rigid, ecuațiile de configurare sunt complet definite de următorul vector:  $q = [x \ y \ \theta]^T$ , unde  $(x, y)$  sunt coordonatele unui punct fix al solidului rigid iar  $\theta$  reprezintă orientarea sistemului de axe mobil al solidului rigid, față de un sistem fix.

Această analogie s-a utilizat pentru microrobotul ce rulează pe o suprafață plană, din figura 1b. Configurația microrobotului este astfel definită de coordonatele punctului  $M(x, y)$  – originea sistemului mobil (dispusă la mijlocul axei roților motoare) și de unghiul de orientare  $\theta$ .

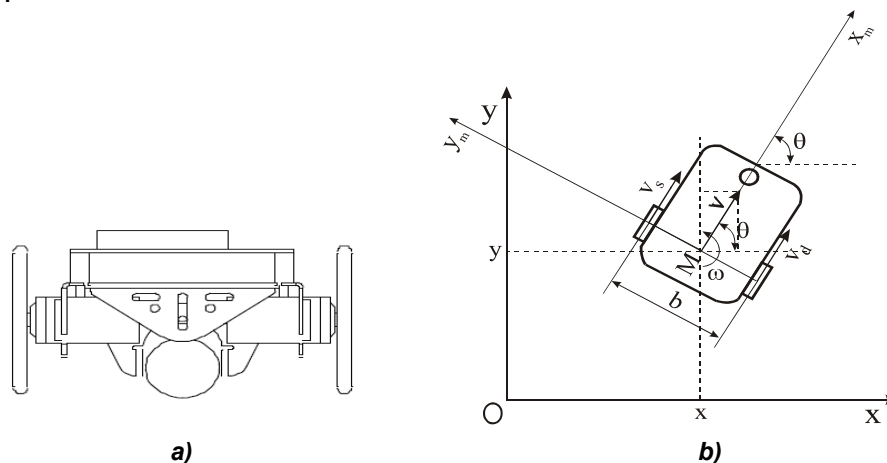


Fig. 1 Microrobot mobil cu două roți motoare

Axa  $MY_m$  a sistemului de coordonate mobil trece prin centrul roților, vitezele  $v_s$  și  $v_d$  corespunzătoare roților din stânga și din dreapta sunt paralele cu axa  $MX_m$  și viteza  $v$  a microrobotului are direcția axei  $MX_m$ .

În aceste condiții, viteza liniară  $v$  și unghiulară  $\omega$  ale microrobotului, sunt date de următoarele relații, [6]:

$$v = \frac{v_s + v_d}{2} \quad (1)$$

$$\omega = \frac{v_s - v_d}{b} \quad (2)$$

Dacă se ține seama că  $v_s = r \omega_s$  și  $v_d = r \omega_d$ ,  $r$  fiind razele roților, relațiile de mai sus devin:

$$v = \frac{r}{2} (\omega_s + \omega_d) \quad (3)$$

$$\omega = \frac{r}{b} (\omega_s - \omega_d) \quad (4)$$

cu

$$\omega_s = \dot{\theta}_s = \frac{\pi n_s}{30}; \quad \omega_d = \dot{\theta}_d = \frac{\pi n_d}{30} \quad (5)$$

unde  $n_s$  și  $n_d$  sunt turațiile dezvoltate de motoarele celor două roți.

Relațiile (3) și (4) pot fi scrise și sub formă matricială astfel:

$$\begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{r}{2} & \frac{r}{2} \\ \frac{r}{b} & -\frac{r}{b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_s \\ \dot{\theta}_d \end{bmatrix} \quad (6)$$

Dacă se cunosc viteza liniară  $v$  și viteza unghiulară  $\omega$  ale microrobotului, utilizând relațiile (1) și (2), se pot deduce vitezele pentru roțile din stânga și din dreapta, astfel:

$$v_s = v + \frac{\omega b}{2}, \quad (7)$$

$$v_d = v - \frac{\omega b}{2}. \quad (8)$$

Proiecțiile vitezei pe axele sistemului de coordonate fix sunt:

$$\dot{x} = v_x = v \cos \theta \quad (9)$$

$$\dot{y} = v_y = v \sin \theta$$

sau sub forma matricială, vitezele se pot scrie astfel:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} \quad (10)$$

se observă că  $\dot{q}$  se poate scrie sub forma  $\dot{q} = J(q)u$

unde  $u = \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = [v \quad \omega]^T$  și  $J(q) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  - reprezintă Jacobianul microrobotului.

La toate aceste relații se mai adaugă constrângerea neolonomă dată prin ecuația:

$$\dot{y} - \dot{x} \operatorname{tg} \theta = 0. \quad (11)$$

## 2. MODELUL CINEMATIC AL MINI/MICROROBOȚILOR CU TREI ROȚI

Se consideră modelul mini/microrobotului pe trei roți, având configurația din figura 2. Și în acest caz constrângerile cinematice neolnome sunt date de ecuația:

$$\dot{x} \sin \theta_s - \dot{y} \cos \theta_s = 0; \quad \theta_s = \operatorname{arctg} \left( \frac{l}{R_s} \right) \quad (12)$$







