

## ANALIZA ASUPRA RIGIDITATII DINAMICE A CUPLAJELOR ELASTICE

Marius FAZECAS

University Of Oradea, mfazecas@uoradea.ro

### 1. Definirea rigiditatii dinamice

Elasticitatea, respectiv rigiditatea, cuplajului, in conditii dinamice de functionare se modifica datorita proprietatilor de amortizare ale elementelor elastice ale cuplajului la variatia momentului de torsiune, fiind de obicei mai mare. Amortizarea determina modificarea curbei moment/ deformatie intr-o curba de histerezis, ce poate fi aproximata cu o elipsa. Figura 1. prezinta doua astfel de curbe de histerezis, cu diferite unghiuri de amplitudine. In raport cu curba mica de oscilatie, curba mare de oscilatie posedea o panta mai lina prin care rezulta valori mai mici pentru rigiditatea dinamica.

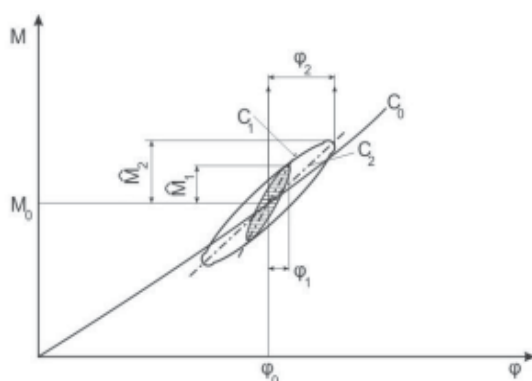


Fig.1. Modificarea caracteristicii cuplajului

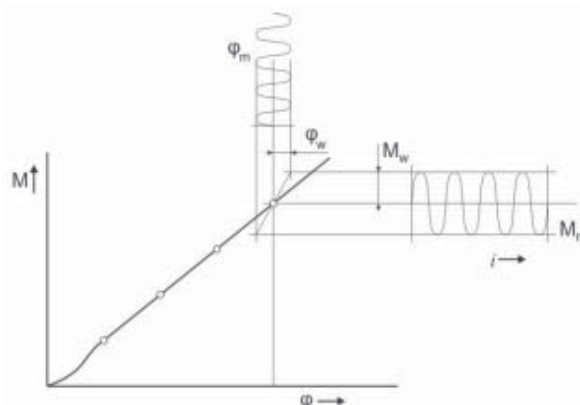


Fig.2. Variatia momentului si unghiului vibrator fata de pozitia medie

Rigiditatea dinamica torsionala este raportul intre momentul vibrator  $M_w$  si amplitudinea unghiului de rasucire  $\varphi_w$  in timpul unui ciclu de vibratie fata de pozitia momentului mediu  $M_m$ , respectiv a unghiului de rotire relativa a semicuplajelor  $\varphi_w$ . (Fig. 2)

$$C_{din} = \frac{M_w \cos \varepsilon}{\varphi_w} \quad (1)$$

in care  $\varepsilon$  este unghiul de faza intre momentul de torsiune si deformatia unghiulara (Fig. 3)

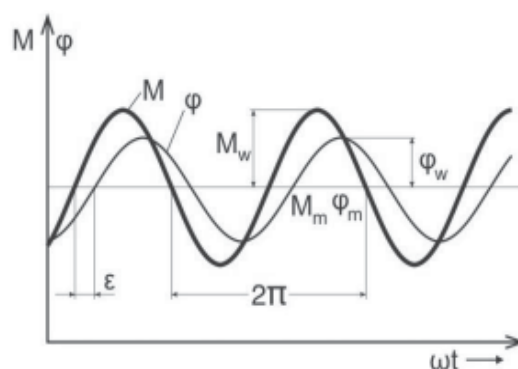


Fig.3. Diferenta de faza intre variatia momentului de torsiune si a unghiului vibrator

$$\tan \epsilon = \frac{M_d}{M_f} = \frac{d}{f} = \frac{\Psi}{2\pi} \quad (2)$$

Valorile rigiditatii dinamice  $C_{din}$  sunt aproximativ proportionale cu panta curbei de deformatie torsionala statica in punctul de functionare (caracteristica elastica a cuplajului).

Rigiditatea dinamica torsionala se determina pe standuri de incercat echipate adecvat, pentru diferite valori ale momentului mediu, iar pentru valori intermediare se determina prin interpolare.

## 2. FACTORI CARE INFLUENTEAZA RIGIDITATEA DINAMICA A CUPLAJELOR

Cei mai importanti factori ce influenteaza elasticitatea dinamica sunt: temperatura de functionare a cuplajului, momentul mediu, frecventa si amplitudinea momentului de torsiune vibrator. Incarcarea statica (preincarcarea) a momentului de torsiune are putina influenta asupra rigiditatii de torsiune in cazul in care rigiditatea statica este liniara.

De asemeni este necesara cunoasterea, pe cat posibil, a variatiei momentului de torsiune de incarcare de rotatie. Aceasta priveste influenta asupra rigiditatii dinamice a cuplajului, prin reactia sa naturala. Pentru o privire de ansamblu asupra diferitilor factori ce influenteaza caracteristica dinamica a unui cuplaj este necesar sa se cerceteze separate si succesiv si sa se ia in considerare pentru comportarea in functionare.

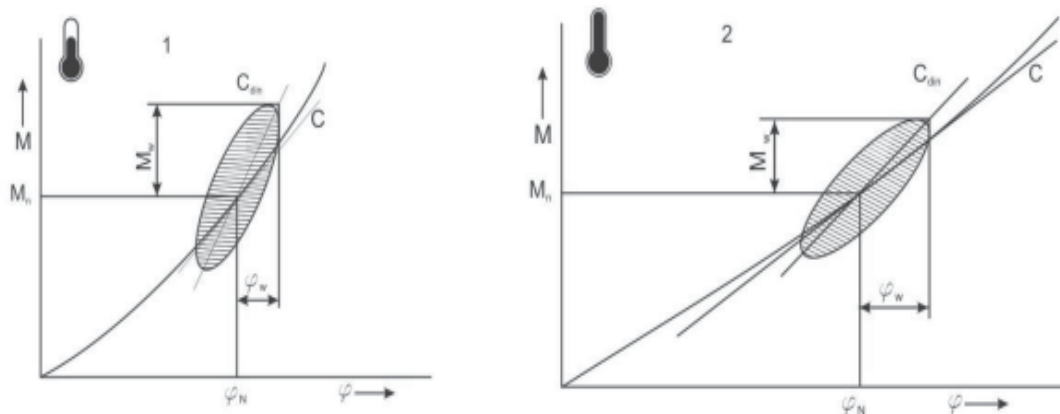


Fig.4. Influenta temperaturii asupra rigiditatii dinamice

Dependenta rigiditatii dinamice de temperatura. Incalzirea elementelor elastice poate sa apara ca urmare a temperaturii mediului inconjurator sau datorita frezarilor interne sub influenta momentului vibrator de torsiune. Datorita cresterii temperaturii elementelor elastice se maresc unghiul de rotire relativa a semicuplajelor si scade atat rigiditatea statica, cat si cea dinamica.

In figura 4 este prezentata influenta temperaturii asupra rigiditatii. Astfel cand:

$$\begin{matrix} t_1 < t_2, \\ M_{n1} = M_{n2}, \\ M_{w1} = M_{w2}, \\ f_1 = f_2, \end{matrix} \quad \text{rezulta} \quad \begin{matrix} C_1 > C_2, \\ C_{1din} > C_{2din}, \\ \Psi_1 > \Psi_2 \end{matrix} \quad (3)$$

In figura 5 este prezentata influenta temperaturii asupra rigiditatii dinamice in cazul

cuplajelor cu elemente din cauciuc.

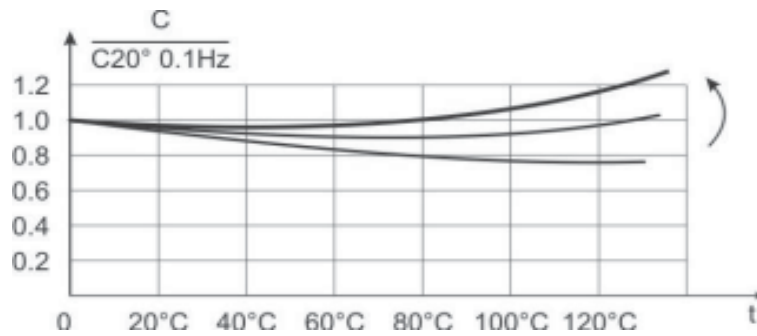


Fig.5. Influenta temperaturii.

Dependenta rigiditatii dinamice de frecventa momentului vibrator. Cand in timpul functionarii dinamice frecventa momentului vibrator  $M_w$  se micsoreaza, atunci se micsoreaza si unghiul  $\Phi_w$ , astfel incat acesta devine neglijabil. Prin aceasta se maresc rigiditatea dinamica

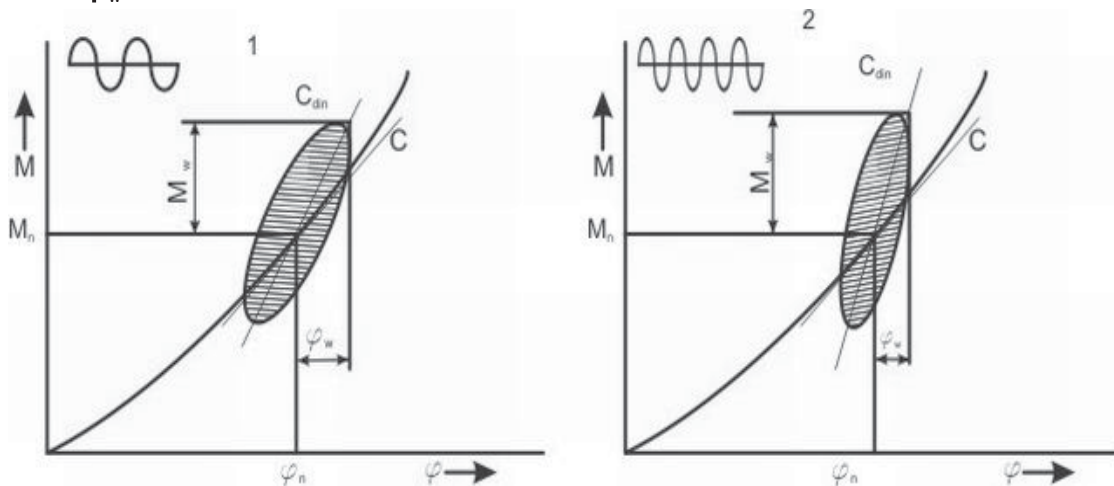


Fig.6. Influenta frecventei momentului vibrator asupra rigiditatii dinamice

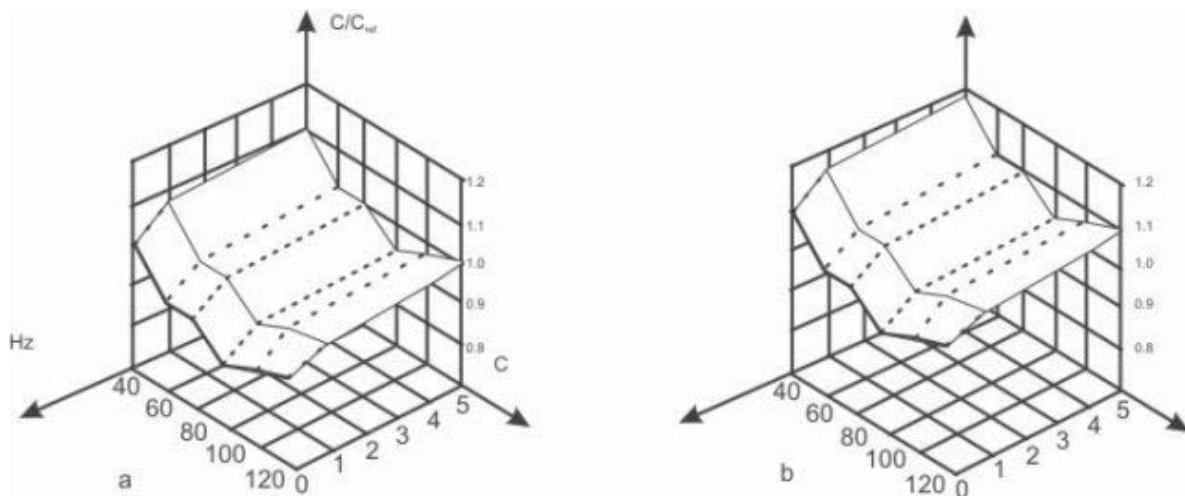


Fig.7. Influenta temperaturii si frecventei momentului vibrator asupra rigiditatii dinamice a elementelor elastice

a) cauciuc natural; b) cauciuc natural cu stabilitate termica;

a cuplajului. Dacă valoarea momentului nominal se menține constantă, atunci rigiditatea statică nu se modifică. În dubla reprezentare din figura 2.47 este prezentată dependența rigidității dinamice de frecvența momentului vibrator.

În figura 7, se prezintă variația rigidității dinamice în raport cu o rigiditate de referință determinată la 20°C și o frecvență de 1 Hz, pentru elementele elastice ale cuplajelor.

Dependența rigidității dinamice de amplitudinea momentului vibrator. În cazul în care în funcționare amplitudinea momentului  $M_w$  devine mai mică, atunci rigiditatea dinamică crește. Din acest motiv este necesar să se cunoască dependența dintre rigiditatea dinamică și amplitudinea momentului de oscilație. În mod obișnuit interesează variația rigidității dinamice pentru momente oscilante de până la 20% din momentul nominal al cuplajului.

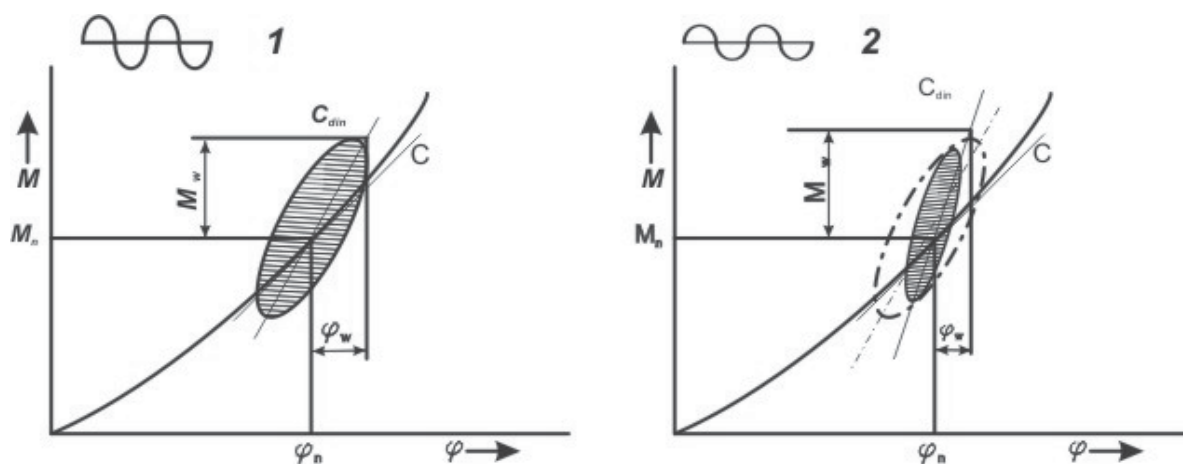


Fig.8. Influența amplitudinii momentului vibrator asupra rigidității dinamice

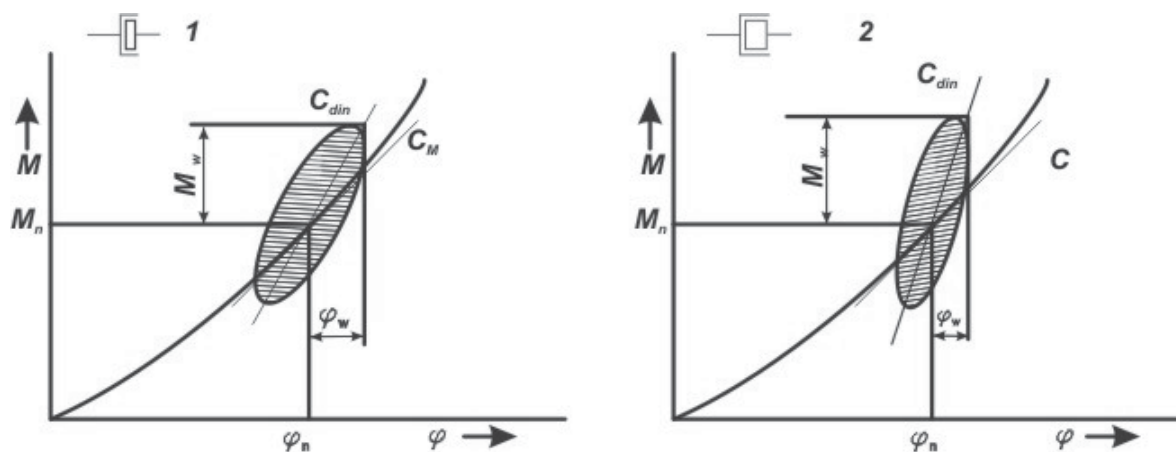


Fig.9. Influența capacității de amortizare a elementului elastic asupra rigidității dinamice

În figura 8 este prezentată influența amplitudinii momentului de vibrator asupra rigidității dinamice. Atunci când :

$$\begin{aligned}
 &M_{w1} = M_{w2}, \\
 &M_{n1} = M_{n2}, \\
 &f_1 < f_2, \\
 &\Psi_1 = \Psi_2, \\
 &t_1^o = t_2^o.
 \end{aligned}
 \quad \text{rezulta} \quad
 \begin{aligned}
 &C_1 = C_2, \\
 &C_{1din} < C_{2din}
 \end{aligned}
 \quad (4)$$

Dependenta rigiditatii dinamice de capacitatea de amortizare a elementelor elastice. In unele cazuri este de dorit sa se lucreze cu amortizari mari, deoarece prin aceasta se poate obtine o mai buna functionare a instalatiei. Din acest motiv este important de stiut cum se modifica rigiditatea dinamica cand, pentru aceleasi conditii de functionare, amortizarea creste. Astfel din figura 2.50 se observa ca atunci cand :

### EXPRESII ANALITICE PENTRU RIGIDITATEA DINAMICA A CUPLAJELOR

Pentru evaluarea rigiditatii dinamice a cuplajelor cu elemente din cauciuc firmele Strong GE-Kupplungen si Geislinger recomanda relatia

$$C_{\text{din}} = C_{\text{din1Hz}} K_f, \quad (5)$$

unde  $C_{\text{din1Hz}}$  este rigiditatea dinamica a cuplajului la o sollicitare dinamica cu o frecventa de 1 Hz, iar  $K_f$  - un coeficient determinat in functie de momentul de torsiune si frecventa sollicitarilor dinamice.

Rigiditatea dinamica a cuplajului la o sollicitare dinamica de 1 Hz poate fi evaluata cu o relatie de forma

$$C_{\text{din1Hz}} = \alpha_0 + \alpha_1 M_t + \alpha_2 M_t^2 + \alpha_3 M_t^3, \quad (6)$$

In care  $\alpha_i$  ( $i=1..3$ ) sunt coeficienti determinati in urma incercarilor experimentale, pe stand, dati in cataloage, iar  $M_t$  - momentul de torsiune transmis de cuplaj.

Coeficientul  $K_f$  poate fi evaluat cu o relatie de forma

$$K_f = \beta_0 + \beta_1 f + \beta_2 f^2 \quad (7)$$

In care  $\beta_i$  ( $i=0..2$ ) sunt coeficienti ce depend de marimea raportului dintre momentul de torsiune transmis si momentul de torsiune normal, iar  $f$  - frecvenata soliciarii dinamice.

Pentru cuplajele cu arcuri lamelare montate radial, firma Geislinger recomanda pentru determinarea rigiditatii dinamice relatia :

$$C_{\text{din}} = C \left( 1 + 0.37 \frac{\omega}{\omega_0} \right) \quad \text{pentru } 0 \leq \omega \leq \omega_0$$

$$C_{\text{din}} = C \left( 1.1 + 0.27 \frac{\omega}{\omega_0} \right) \quad \text{pentru } \omega_0 \leq \omega \quad (8)$$

unde  $\omega$  este viteza unghiulara a cuplajului, iar  $\omega_0$  - viteza unghiulara de referinta.

Rigiditatea dinamica a cuplajului cu arcuri lamelare inelare poate fi determinata in functie de amplitudinea unghiului vibrator cu relatia:

$$C_{\text{din}} = \frac{1}{\varphi_w} \left[ \frac{EIR^2}{0,05R_0^3} \left( 2 \cos \frac{\varphi}{2} \sin \frac{\varphi_w}{2} - \cos \varphi \sin \varphi_w \right) + \frac{80\mu d_0 EIR}{R_0^3} \left( 1 - \cos \frac{\varphi}{2} \cos \frac{\varphi_w}{2} \right) \right] \quad (9)$$

in care  $\varphi$  este unghiul de rotire relativa a semicuplajelor;

- $\Phi_w$  - amplitudinea unghiului vibrator;  
I - momentul de inerție al unui arc lamelar inelar;  
 $R_0$  - raza medie a arcurilor lamelare inelare;  
R - raza cercului de așezare a bolturilor;  
 $d_0$  - diametrul bolturilor;  
 $\mu$  - coeficientul de frecare din cupla bolt-arc;  
E - modulul de elasticitate longitudinal al materialului arcului lamelar inelar.

**Bibliografie:**

1. **Draghici, I.** s.a. - Calculul și proiectarea cuplajelor. Editura Tehnica, București, 1978.
2. **Dumitru, I.** s.a. - Elasticitate, plasticitate și rezistența materialelor. Editura Tehnica, Timisoara, 2001.
3. **Barsan, I.** s.a. - Dinamica cuplajelor elastice. Editura Tehnica, București, 1998.
4. **Babeu, T.** - Rezistența materialelor. Editura Tehnica, Timisoara, 1991.