## Fascicle of Management and Technological Engineering

# CRITERII PRIVIND DETERMINAREA DURATEI DE VIAȚĂ LA OBOSEALĂ A ELEMENTELOR METALICE

## Claudiu Ovidiu, POPA

Universitatea Tehnică din Cluj–Napoca

Cuvinte cheie: fisuri de oboseală, inițiere, propagare, cicluri de solicitare

Fatigue crack in metallic components is a result of a very complex phenomenon with possible desastruous consequences. The total fatigue life is the sum of the life spent on nucleation, small crack growth and crack propagation. There are different analytical and empirical models to determine the number of cycles to fatigue failure due to different stages of fatigue crack evolution. Some of them are presented in this paper.

## 1. INTRODUCERE

Ruperea materialelor este un fenomen complex, a cărei apariție și desfășurare este guvernată de o multitudine de factori. Procesul ruperii în materialele cristaline cuprinde, în principal, următoarele faze:

- nucleația microfisurilor prin mecanisme determinate de echilibrul static şi dinamic al dislocațiilor;
- extensia procesului de nucleație, respectiv creșterea pe lungime mică a fisurilor;
- dezvoltarea fisurii în fisuri macroscopice sau în alte formații (de exemplu goluri sau cavități rotunjite), prin propagare sau prin coalescență.

Nucleația microfisurii implică apariția primelor benzi de alunecare în grăunții cristalini. O bandă de alunecare este domeniul în care există un număr mare de dislocații marginale cu posibilitatea de mişcare. Prezența unui obstacol în planul de mişcare al dislocațiilor cum ar fi limitele grăunților, incluziuni de particule dure, conduce la o aglomerare a dislocațiilor pe obstacole care are ca efect inducerea unei puternice concentrări de tensiune pe frontiera obstacolului. Nucleația microfisurii (desprindere la interfața obstacol-matrice cristalină) survine atunci când concentrarea tensiunii egalează rezistența teoretică la rupere. Modelul Tanaka-Mura [14] propune o soluție analitică privind determinarea numărului de cicluri necesare nucleației fisurii.

Propagarea unei fisuri deja nucleate se face în două stadii. În stadiul 1 de propagare, care este de fapt o extensie a procesului de nucleație, fisura se dezvoltă în benzile de alunecare existente în planul în care acționează tensiunea tangențială maximă, propagarea fiind deci orientată aproximativ la 45° față de direcția tensiunii normale maxime. Având în vedere faptul că există o mare varietate de parametri în oboseala de contact, este dificil a se prevedea analitic, la momentul actual, durata de inițiere a fisurii. Unii autori, cum ar fi Cheng [3], au propus metode semianalitice pentru predicția numărului de cicluri necesare inițierii fisurilor, metode care au fost confirmate de rezultatele experimentale.

Stadiul al II-lea de propagare este caracterizat de o creştere macroscopică a fisurii, la vârful căreia se formează o enclavă plastică datorită efectului de concentrare a tensiunii.

Prezentul articol pune în evidență câteva dintre modelele analitice sau semiempirice care tratează etapele de creștere a fisurilor, în vederea posibilității determinării duratei de viață la oboseală a unui component metalic ca sumă a duratelor de viață aferente nucleației, inițierii respectiv propagării fisurii până la o lungime critică.

### ANNALS of the ORADEA UNIVERSITY.

### Fascicle of Management and Technological Engineering

## 2. MODELAREA MICROMECANICII INIȚIERII FISURILOR DE OBOSEALĂ

În vederea determinării numărului de cicluri necesare nucleației fisurii,  $N_n$ , în cazul componentelor metalice la care nucleația ia naștere prin distrugeri date de tensiuni tangențiale transgranulare, Tanaka–Mura [14] propun un modelul de calcul conform căruia

$$N_n = \frac{4GW_s}{\left(\Delta\tau - 2k\right)^2 \pi (1 - \nu)d}$$
(2.1)

în care: d – diametrul grăuntelui;  $W_s$  – energia specifică de rupere pe unitatea de suprafață; v – coeficientul lui Poisson; G – modulul de elasticitate transversal al materialului; k – tensiunea de frecare care trebuie depăşită pentru a mişca dislocația;  $\Delta \tau$  – amplitudinea tensiunii tangențiale pe stratul de alunecare.

Modelul propus de Cheng [3] (și confirmat de rezultatele experimentale) în vederea determinării numărului de cicluri de solicitare necesare inițierii fisurilor de oboseală, are la bază utilizarea condițiilor de alunecare limită între două corpuri aflate în contact hertzian.

Formatul esențial al ecuațiilor de calcul pentru determinarea numărului de cicluri de solicitare necesare inițierii fisurii este același, indiferent de locul în care acestea sunt inițiate (la suprafață, în substrat), diferența dintre numerele de cicluri depinzând de stabilirea valorilor numerice ale parametrilor care intră în componența acestor relații.

Astfel în figura 1a se prezintă o modelare a inițierii fisurii de oboseală; cele două corpuri aflate în contact execută o mişcare de translație în lungul axei x cu vitezele  $U_1$ , respectiv  $U_2$ , în condițiile unei frecări limită între cele două suprafețe. Încărcarea cuplei de frecare are ca rezultat apariția unei presiuni normale la suprafața de contact p(x) și a unei tensiuni tangențiale  $\tau(x)$  pe direcția axei x.





În figura 1 s-au utilizat notațiile:H – adâncimea de inițiere a fisurii; h – lățimea benzii de alunecare;  $E_1$ ,  $E_2$  – modulele de elasticitate longitudinale ale celor două corpuri;  $v_1$ ,  $v_2$  – coeficienții Poisson pentru cele două corpuri; p(x)–presiunea de contact la suprafața pieselor; p(x) – distribuția forței de tracțiune transversale:  $\tau(x)$  – distribuția tensiunii tangențiale de tracțiune, respectiv rezistența la forfecare a stratului; 2a – mărimea grăuntelui.

Forma cea mai generală a ecuației prin care se poate determina numărul de cicluri de solicitare necesare inițierii fisurii,  $N_i$ , este [3]:

$$N_{i} = C^{*} \frac{2}{\left(\Delta \tau - 2\tau_{f}\right)^{l+q}} = C_{1}C_{2} \frac{2}{C_{3}\left(\Delta \tau - 2\tau_{f}\right)^{l+q}}$$
(2.2)

## ANNALS of the ORADEA UNIVERSITY.

## Fascicle of Management and Technological Engineering

în care:  $C_1 = \frac{\gamma}{h \left[ \ln \left( \frac{8a}{h} \right) - \frac{3}{2} \right]}$ ;  $C_2 = C_2(\theta, H)$ ; q – indicele de putere al factorului de

ireversibilitate [7],  $f = C_3 (\Delta \tau - 2\tau_f)^q$ ; parametrul  $C_2$  depinde de condițiile ungerii la limită, unghiul de înclinare  $\theta$  al benzii de alunecare, adâncimea *H* de inițiere a fisurii (în cazul particular al inițierii fisurii în substrat,  $C_2 = 1$ );  $\tau_{Mises} = \Psi_1(\tau_{ij})$ ;  $\tau_{ij} = \Psi_2[p(x), q(x)]$ ;  $\tau_f = C_4 [C_5 + C_6 (R_C)_T]; R_C = \Psi_3(T); C_3, C_4, C_5, C_6$ -coeficienți determinați de proprietățile materialului,  $R_c$  – duritatea materialului, T– temperatura, p(x) şi q(x) depind de sarcină, lubrifiere etc. În cazul general, ecuația de mai sus poate fi utilizată pentru studiul inițierii fisurilor la interfața zonelor elasto-plastice, sau la interfața dintre o incluziune și materialul de bază.

Metodologia de calcul a fost validată și pe baza rezultatelor experimentale. Spre exemplu, Cheng [3] a obținut (pentru un oțel AISI 52100 cu duritatea 62,5 Rc și q=3,8, în urma determinării coeficienților) o relație pentru stabilirea numărului de cicluri necesare initierii fisurii din apropierea suprafetei, de forma:

$$f_{i} = \frac{1,41043}{\left(\Delta \tau + 0,404 - 0,02298Rc\right)^{4,8}}$$
(2.3)

Alte modele sunt prezentate de către diferiti autori dintre care pot fi amintiti, Taira [13], Tanaka [15] etc.

#### 3. MECANISMUL PROPAGĂRII FISURILOR

Stadiului II de propagare îi este caracteristică formarea unei enclave plastice la vârful fisurii. Datorită concentrării puternice a tensiunii și deformației în jurul fisurilor, materialele reale manifestă în aceste zone efecte de plasticitate. În aceste materiale, la extremitățile fisurilor, sub sarcină, se formează enclave deformate plastic. Forma și mărimea unei enclave plastice depinde de starea de deformație și tensiune care se instalează în vârful fisurii ca urmare a interactiunii dintre geometria corpului, încărcarea aplicată și caracteristica de deformare  $\sigma - \epsilon$ .

Irwin (1957) a propus o exprimare aproximativă a componentelor stării de tensiune  $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \tau_{xy}$  în vecinătatea punctului x = a care marchează vârful fisurii (figura 2).



Fig. 2 Starea de tensiuni în vecinătatea vârfului fisurii

În studiul propagării fisurii de oboseală un rol important îl are factorul intensitătiii tensiunii, K. Acesta reprezintă valoarea părții principale a singularității câmpului de tensiune dintr-un corp solid elastic, în vârful unei discontinuități de natura unei fisuri. Factorul de intensitate a tensiunii (SIF) într-un corp cu discontinuitate în care

# ANNALS of the ORADEA UNIVERSITY. Fascicle of Management and Technological Engineering

solicitarea în domeniul neinfluențat de prezența discontinuității este uniaxială și omogenă se poate exprima printr-o relație de forma 3.1.

Se consideră cazul unei piese de suprafață infinită cu o fisură centrală de mărime 2a înclinată la unghiul  $\beta$  față de axa y' corespunzătoare încărcării generale. Factorul intensității tensiunii poate fi exprimat sub forma:

$$K_{i} = \sigma_{app} \sqrt{\pi a} \cdot f_{\kappa_{i}}(\beta); \quad i = I, II, sauIII, \qquad (3.1)$$

funcție de modurile fundamentale de rupere a materialelor, în care  $\sigma_{app}$  este tensiunea aplicată, care poate fi de întindere, compresiune, forfecare, sau o combinație a acestora, iar  $f_{K_{c}}(\beta)$  este o funcție de unghiul de înclinare a fisurii,  $\beta$ .

Relația de mai sus poate fi particularizată pentru diferite condiții de încărcare.

Câmpul de tensiuni la vârful fisurii pentru un material elastic liniar, în condițiile unui mod mixt de încărcare este definit de următoarele relații [12]:

$$\sigma_{xx} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \left\{ \left[ K_I \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \right] - \left[ K_{II} \sin \frac{\theta}{2} \left( 2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \right] \right\};$$
  

$$\sigma_{yy} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \left\{ \left[ K_I \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \right] + \left[ K_{II} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right] \right\};$$
  

$$\tau_{xy} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \left\{ \left[ K_I \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right] + \left[ K_{II} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \right] \right\};$$
  
(3.2)

În cazul dezvoltării fisurii în condițiile unei *solicitări multiaxiale* la oboseală, se pune problema de a compara câmpul de tensiuni multiaxial cu cel uniaxial pentru care determinați parametrii materialului la solicitarea de oboseală. Acest lucru se realizează cel mai adesea utilizând așa numită **tensiune echivalentă**. În continuare se prezintă succint câteva criterii de determinare a tensiunii echivalente  $\sigma_{eq,a}$  [6]:

**Criteriul tensiunii principale**,  $\sigma_{eq,a} = \max \sigma_{i,a}$ ; i = 1,2,3. Acest criteriu se utilizează în cazul materialelor fragile și are dezavantajul că nu ia în considerare rotația direcțiilor tensiunilor principale.

**Criteriul Tresca,**  $\sigma_{eq,a} = \max \tau_a(t) = \max \frac{\sigma_i - \sigma_j}{2}$ ; *i*, *j* = 1,2,3 pentru cazul în care factorii din ecuație sunt dependenți de timp. Acest criteriu este utilizat la analiza materialelor ductile.

## **Criteriul Von Mises**

În termeni ai tensiunilor principale, independente de timp:

$$\sigma_{eq,a} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{1,a} - \sigma_{2,a})^2 + (\sigma_{2,a} - \sigma_{13,a})^2 + (\sigma_{3,a} - \sigma_{1,a})^2};$$
(3.3)

Pentru tensiuni corespunzătoare axelor sistemului de coordonate:

$$\sigma_{eq,a} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 - \sigma_x \sigma_y - \sigma_y \sigma_z - \sigma_z \sigma_x + 3(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}; \qquad (3.4)$$

Acest criteriu nu ia în considerare rotația tensiunilor principale și nici  $\sigma_m$ .

**Criteriul Sines,**  $\sigma_{eq,a} = \tau_a + 3\alpha\sigma_{h,m}$ , în care:  $\tau_a$  –valoarea curentă a tensiunii tangențiale minus valoarea medie, pe durata unui ciclu de solicitare;  $\alpha$  - parametru de material;  $\sigma_h$  - tensiunea hidrostatică.

Se mai pot aminti criteriul tensiunii octaedrale, criteriul Dang Van etc.

### ANNALS of the ORADEA UNIVERSITY.

### Fascicle of Management and Technological Engineering

Propagarea fisurii nu se poate prezice fără a studia *unghiul de inițiere a fisurii*. Pentru aceasta s-au propus câteva criterii, care pot fi grupate pe trei direcții și anume [6]: criterii ale tensiunilor, criterii energetice și criterii de deformație.

Dintre acestea se pot aminti: **criteriul MTS** (care postulează faptul că creșterea fisurii va avea loc pe o direcție perpendiculară pe cea a tensiunii principale maxime), **criteriul M** (acesta consideră că direcția de creștere a fisurii inițiale coincide cu direcția maximului tensiunii triaxiale de-a lungul unei raze constante în jurul vârfului fisurii; tensiunea triaxială este definită ca fiind raportul dintre tensiunea hidrostatică și tensiunea echivalentă), **criteriul T** (acest criteriu utilizează condițiile limită elasto-plastice pentru a defini regiunea din apropierea vârfului fisurii și consideră că direcția de dezvoltare a fisurii coincide cu direcția maximului energiei de deformație de-a lungul unui contur din jurul vârfului fisurii în care energia de deformație este constantă) etc.

Un aspect de o importanță deosebită îl constituie **viteza de propagare a fisurilor**. Pentru a răspunde cât mai precis la întrebarea "Care este numărul de cicluri de solicitare până la care fisura va crește la o valoare care să declanșeze distrugerea piesei?" precum și pentru a stabili intervalele de inspecție (verificare) este necesară stabilirea vitezei de propagare a fisurii de oboseală.

Metodele mecanicii mediului continuu deformabil fac posibile interpretări macroscopice cantitative prin corelarea vitezei de propagare a fisurilor în stadiul al II-lea de propagare cu lungimea fisurii, intensitatea solicitării, geometria corpului și caracteristicile elastoplastice ale materialului. În general, atât în cazul unor interpretări empirice, cât și în cazul unor modele care corelează fenomenul propagării fisurii cu procesele fundamentale de rezistență a materialului la vârful fisurii conduc la relațiile funcționale [4]:

$$\frac{da}{dN} = f(a, \sigma_i, L_j, C_k)$$
(3.5)

în care  $\frac{da}{dN}$  este viteza de propagare a fisurii,  $\sigma_i$  descrie intensitatea solicitării,  $L_j$ 

parametri de natura unor dimensiuni liniare care descriu geometria corpului și  $C_k$  parametri și constante care descriu caracteristicile mecanice și de altă natură fizică asociate materialului. Relațiile de forma (3.5) nu conțin elementele necesare pentru a face distincția dintre stadiul I de nucleație al fisurii și stadiul al II-lea al propagării, ele fiind adecvate descrierii comportării în acest din urmă stadiu.

În literatura de specialitate se cunosc diferite propuneri pentru forme analitice ale relației (3.5), unele dintre ele având la bază criterii empirice sau semiempirice corelate cu rezultatele experimentale. În general, modelele propuse pentru predicția vitezei de propagare a fisurilor se bazează pe explicitarea deformației plastice la vârful fisurii sau pe explicitarea degradării cumulative a materialului în enclava deformată plastic la vârful fisurii.

Paris (1961), considerând că factorul intensității tensiunii (SIF) definește univoc câmpul de tensiune și deformație din zona adiacentă vârfului fisurii, chiar și în cazul în care se formează o enclavă plastică de extindere limitată, a sugerat corelarea acestui parametru cu viteza de propagare a fisurilor printr-o relație de forma (3.6), adică:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \tag{3.6}$$

în care  $\Delta K$  (relația 3.7) este variația factorului de intensitate a tensiunii corespunzător solicitării maxime  $\sigma_{max}$  și minim  $\sigma_{min}$  pe durata unui ciclu:

$$\Delta K = K_{\max} - K_{\min} = (\sigma_{\max} - \sigma_{\min}) \sqrt{\pi \beta a}$$
(3.7)

# ANNALS of the ORADEA UNIVERSITY. Fascicle of Management and Technological Engineering

în care  $\beta$  este un factor de corecție care ține cont de dimensiunile finite ale corpului cu fisuri. În relația (3.6) *C* este o constantă care depinde de material și, uneori, de asimetria ciclului de solicitare prin intermediul tensiunii medii  $\sigma_{med}$ , iar *m* este un parametru pentru care Paris a propus inițial o valoare m = 4, considerată validă pentru viteze de propagare cuprinse între  $10^{-6}$  și  $10^{-1}$  mm/ciclu independent de natura solicitării. Ecuația mai poate fi scrisă sub forma:

$$N_{p} = \int dN = \int_{a_{i}}^{a_{f}} \frac{da}{C[\Delta K(a)]^{m}}$$
(3.8)

Relația (3.8) permite determinarea numărului de cicluri de solicitare aferente propagării fisurii,  $N_p$ , de la o lungime inițială  $a_i$  la una critică  $a_f$ .

În cele mai multe cazuri practice, forma fisurii, condițiile limită, forțele sunt într-o asemenea combinație încât nu există soluții analitice ale SIF și deci, trebuie acceptate anumite erori. Din păcate, expresiile analice pentru K sunt valabile doar pentru câteva cazuri simple. Se pot folosi formule regăsite în manuale [10], [12]. O posibilitate de depășire a acestui inconvenient este oferită de metodele numerice, printre care metoda elementului finit are un mare succes.

# 5. CONCLUZII

Pentru a putea prezice durata de viață la oboseală a unei piese metalice trebuie ținut cont de durata tuturor etapelor care intervin în procesul formare și de creștere a fisurilor. Multitudinea factorilor de influență fac ca soluțiile propuse de diferiți autori să includă ipoteze simplificatorii iar rezultatele obținute să cuprindă anumite erori.

## 6. BIBLIOGRAFIE

- 1. ANDERSON, T.L. Fracture Mechanics, Fundamentals and Applications, CRC Press 1991.
- 2. CHAN, K.S., LANKFORD, J. The Role of Microstructural Dissimilitude in Fatigue and Fracture of Small Crack, Acta Metall, vol. 36, no. 1, 1988.
- 3. CHENG, W. ş. a. *Micromechanics Modelling of Crack Initiation Under Contact Fatigue*, Journal of Tribology, vol. 116, January 1994;
- 4. CIOCLOV, D. Mecanica ruperii materialelor, Editura Academiei R.S.R., Bucureşti, 1977.
- 5. EKBERG, A., BJHARNEHED H. *Rolling Contact Fatigue of Wheel/Rail System A Literature Survey*, Division of Solid Mechanics, Chalmers University of Technology, Goteborg, Sweden, 1995.
- 6. KHAN S. M. A., KRAISHEK, M.K.– Analysis of Mixed Mode Initiation Angles Under Various Loading Conditions, Department of Mechanical Engineering, King Fahd University of Petroleum and Minerals, Dhahran, Saudi Arabia.
- 7. LIN T.H. Micromechanics of Crack Initiation in high cycle Fatigue, Advances in Appl. Mech., 1992.
- 8. LIU, M., FARRIS, T. N. Effect of Three Dimensional Near Surface Defects on Rolling and Sliding Contact Fatigue, Journal of Tribology, vol. 116, October, 1994.
- 9. MURA, T., NAKASONE, Y. A Theory of Fatigue Crack Initiation in Solids, ASME Journal of Applied Mechanics, vol. 57, 1990.
- 10. MURAKAMI, K. Stress Intensity Factor Handbook, vols. I and II, Pergamon Press, 1987.
- 11. PAVEL, T. *Mecanica plasticității și a ruperii*, Centrul de multiplicare Universitatea "Politehnica" Timișoara, 1997.
- 12. SIH, G. C. Handbook of Stress Intensity Factors, Inst. Of Fract. & Solid Mechanics, Leigh Univ., 1973
- 13. TAIRA, S., TANAKA, K. and HOSHINA, M. Grain Size Effect on Crack Nucleation and Growth in Long-Life Fatigue of Low-Carbon Steel, Fatigue Mechanics, ASTM STP 675, Ed. Fong, J.T, 1979.
- 14. TANAKA, K., MURA, T.- A Dislocation Model for Fatigue Crack Initiation, ASME J. Appl. Mech., Vol. 48, 1981.
- 15. TANAKA, K., AKINIWA, Z., NAKIA, Z., WEI, R.P. *Modeling of Small Fatigue Crack Growth Interacting with Grain Boundary*, Engng. Fract. Mechs., vol. 24, 1986.
- 16. TYRON, R. G. Probabistic Mesomechanical Fatigue Model, Lewis Research Center, Grant NGT– 51053, April 1997.