

QUELQUES METHODES UTILISEES DANS L'ANALOGIE THERMOELECTRIQUE POUR L'ECHANGE DE LA CHALEUR

Ioan MIHAI

"Ștefan cel Mare" University
str. Universității nr. 13, 720 225 Suceava
mihai.i@fim.usv.ro

Keywords: *Transfert de la chaleur, Conduction thermique, Simulation thermoélectrique*

Abstract : Pour l'échange de la chaleur dans les parois stratifiées complexes, il est facile de calculer le transfert thermique dans le cas unidirectionnel, régime stationnaire sans des sources intérieures d'énergie. Si il faut considérer les régimes bi ou tridimensionnelle et des régimes transitoires, le calcul devienne difficile à gérer. Dans ce travail on présente les principes qui concerne le calcul analytique ainsi que quelques méthodes de simulation pour la transfert de la chaleur par les parois stratifiées.

1. INTRODUCTION

Dans ce travail, on présente les résultats qui concernent une étude sur le comportement des parois avec une conformation complexe, qui appartient à une enceinte soumise à l'échange de la chaleur. Dans une première étape, il est présenté la modélisation mathématique et quelque spécification sur la modélisation thermoélectrique. Les résultats expérimentaux obtenus, font le sujet d'un autre travail.

2. LA MODELISATION ANALYTIQUE QUI CONCERNE L'ECHANGE GLOBAL DU TRANSFERT DE LA CHALEUR DANS LES PAROIS À STRUCTURE COMPLEXE

On peut considérer un corps d'une structure irrégulière [1,7], si entre les différents multicouche d'un matériel homogène on trouve un contact imparfaite. Aussi, la présence des surfaces rugueuses, dénivellations, couches de l'air, peut réduire fortement la valeur de la conductivité thermique d'un corps irrégulier.

Pour éviter des calculs laborieux, habituellement pour les parois à structure complexe, on va échanger celui-ci par l'un homogène, du même taille, à la condition de maintenir le coefficient de conductivité.

On impose dans le même temps, pour les deux situations (réelle et modélé), que le flux thermique transmis, resté identique.

Il est possible de déterminer par calcul le flux thermique transmis ainsi que la température change, dans n'importe quelle point de la structure complexe. Par des calculs mathématiques et des vérifications expérimentaux a résulté que il existe une liaison linéaire pour la

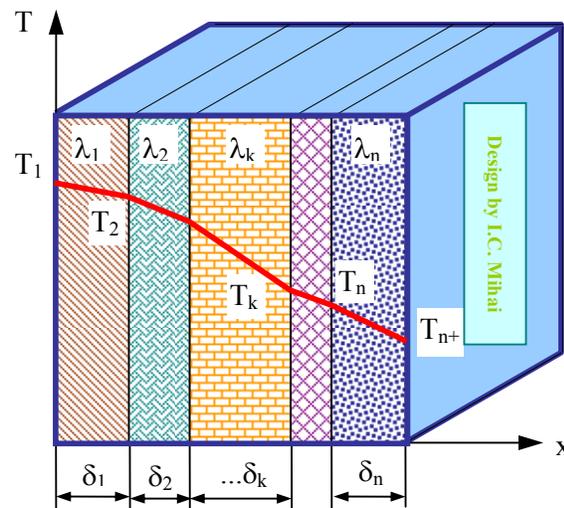


Fig.1 La conduction thermique dans les parois parallèle stratifié hétérogène

température dans les cas du parois stratifié plans.

Pour un paroi parallèle [1,6] qui contient „n” couches du différents matérielles (fig. 1) on peut déterminer la densité du flux de la chaleur $\dot{q} \left[\frac{W}{m^2} \right]$ à l'aide de la relation:

$$\dot{q} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{\delta_1}{\lambda_1}} = \frac{T_2 - T_3}{\frac{\delta_2}{\lambda_2}} = \dots = \frac{T_k - T_{k+1}}{\frac{\delta_k}{\lambda_k}} = \dots$$

$$\frac{T_n - T_{n+1}}{\frac{\delta_n}{\lambda_n}} \Rightarrow \dot{q} = \frac{T_1 - T_{n+1}}{\sum_{j=1}^n \frac{\delta_j}{\lambda_j}} \quad \left[\frac{W}{m^2} \right] \quad (1)$$

Le flux thermique Φ [W] transmis, est:

$$\Phi = \dot{q}A = \frac{T_1 - T_{n+1}}{\sum_{j=1}^n \frac{\delta_j}{\lambda_j}} A \quad [W] \quad (2)$$

Pour déterminer la température dans un couche quelconque k+1, on considère:

$$\dot{q} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{\delta_1}{\lambda_1}} = \frac{T_2 - T_3}{\frac{\delta_2}{\lambda_2}} = \dots = \frac{T_k - T_{k+1}}{\frac{\delta_k}{\lambda_k}} \Rightarrow$$

$$\dot{q} = \frac{T_1 - T_{k+1}}{\sum_{j=1}^k \frac{\delta_j}{\lambda_j}} \quad \left[\frac{W}{m^2} \right] \quad (3)$$

Mais la densité de flux thermique se conserve, donc:

$$\dot{q} = \frac{T_1 - T_{k+1}}{\sum_{j=1}^k \frac{\delta_j}{\lambda_j}} = \frac{T_1 - T_{n+1}}{\sum_{j=1}^n \frac{\delta_j}{\lambda_j}} \Rightarrow T_{k+1} = T_1 - \frac{T_1 - T_{n+1}}{\sum_{j=1}^n \frac{\delta_j}{\lambda_j}} \sum_{j=1}^k \frac{\delta_j}{\lambda_j} \Rightarrow$$

$$T_{k+1} = T_1 - \dot{q} \sum_{j=1}^k \frac{\delta_j}{\lambda_j} \quad [K] \quad (4)$$

Si la paroi contient “n” couche homogène, on peut établir la relation mathématique [6] pour la densité du flux thermique :

$$\dot{q} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{j=1}^n \frac{\delta_j}{\lambda_j} + \frac{1}{\alpha_2}} (Tf_1 - Tf_2) \Rightarrow$$

$$\dot{q} = k(Tf_1 - Tf_2) \quad \left[\frac{W}{m^2} \right] \quad (5)$$

La variation de la température, dans le cas du changement globale de la chaleur, qui traverse une paroi plane ne homogène, est présente dans la fig. 2.

Après de la résolution analytique (qui parfois resté difficile) c'est sont développées des méthodes, qui permet d'obtenir des solutions par calcul approche [2,3,4,8], qui concerne l'équation de la conduction thermique :

a) **La méthode de la transforme conforme** utilise pour résoudre les cas bi dimensionnelle, qui, a son tour peut utiliser :

- la transforme circulaire;
- la transforme de Schwartz Christoffel;
- la transforme pour les conditionnes limite de type mixte sur une contour;
- la transforme d'une canalisation enchâsse;

b) **La méthode intégrale** qui est connue en fonctionne de leurs inventeurs :

- la méthode Ritz;
- la méthode Kantorovitch;

c) **La méthode graphe - analytique**

d) **La méthode numérique à différences finies**, qui peut utiliser:

- la méthode de détermination d'équation, par bilan thermique;
- la méthode de détermination d'équation, par relaxation;

e) **La méthode analogique expérimentale**, qui as des applications sur deux directions:

- l'analogie thermo hydrodynamique;
- l'analogie thermoélectrique;

La méthode graphique [2] est présente dans la fig. 3 et permette la détermination de températures $t_{p1}, t_{p2} \dots t_{pn}$ pour les parois plane qui sépare les fluides de températures $T_{f1} > T_{f2}$.

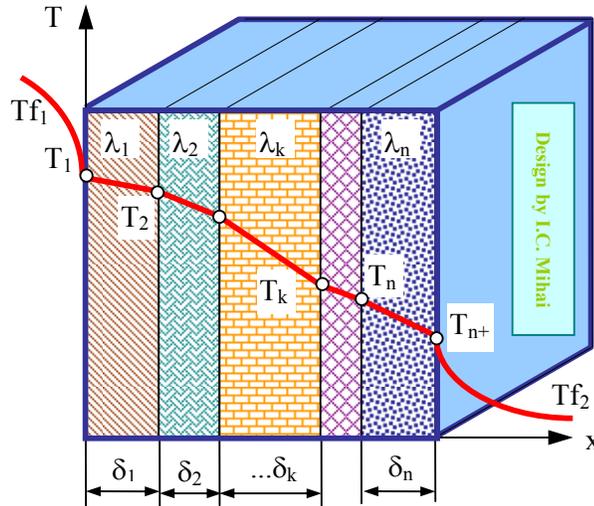


Fig. 2 La conduction thermique dans les parois planes parallèles stratifiées non homogènes noyées par des fluides sur les deux surfaces latérales

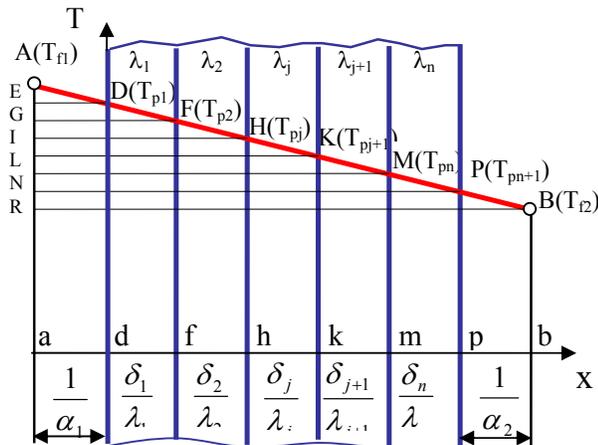


Fig. 3 La méthode graphique appliquée aux parois stratifiées parallèles

3. L'UTILISATION DE L'ANALOGIE THERMIQUE PAR LES PAROIS STRATIFIES

3.1 INTRODUCTION

L'analogie thermoélectrique est utilisée avec succès pour résoudre les problèmes qui concernent le transfert de la chaleur par conduction bi et tridimensionnelle, pour lesquelles n'existent pas des possibilités analytiques de calcul. Avec le passage du temps se développent quelques méthodes d'analogie thermique avec des applications expérimentales, ayant à la base la similitude du modèle qui exprime la distribution de la température et un potentiel analogue.

On peut dire que les domaines sont analogues si les problèmes peuvent être décrits par les mêmes équations mathématiques et le résoudre de ce fait pour un domaine (nommé domaine primaire) peut être réalisé par des recherches expérimentales d'un phénomène similaire, dans un domaine analogue.

Jusqu'à ce moment sont bien connus les analogies entre le transfert de la chaleur et l'écoulement des fluides [2], par membranes élastiques ainsi que pour la distribution du champ électrique.

Ces méthodes ont à la base un profond caractère scientifique probant et on peut les utiliser avec succès. En ce sens, on va présenter en bref les méthodes de l'analogie thermoélectrique.

3.2 L'ANALOGIE THERMOELECTRIQUE

Une telle méthode présente une précision significative, étant connue et utilisée pour l'étude du problème stationnaire ou transitoire, dans la conduction thermique.

La distribution d'un potentiel électrique dans un milieu conductrice, bidimensionnel d'une résistivité et capacité spécifique constante est décrite par l'équation différentielle :

$$\frac{\partial^2 e}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 e}{\partial y^2} = \rho c \frac{\partial e}{\partial t} \quad (6)$$

où ρ - résistivité et $c = C/L$ - capacité spécifique.

L'équation de la conduction thermique pour le régime bidirectionnel, ne stationnaire, sans de sources de chaleur intérieure:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p} \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (7)$$

Bien évidemment il y a même dans ce cas, une similitude qui concerne les relations.

L'avantage fondamental de la modélisation électrique réside de la possibilité de simuler les régimes transitoires. Item, la modélisation permet de considérer les systèmes à température sur le contour de type non uniforme, ou bien inconnue, ainsi que pour des systèmes à des sources concentrées et distribuées.

Le modelage électrique utilisé dans l'analogie de la conduction thermique, est connu par trois méthodes :

- méthode géométrique, pour des régimes stationnaires;
- méthode de réseau, utilisable pour des régimes stationnaires ainsi que transitoires ;
- méthode combinées, pour des régimes stationnaires et transitoires à sources distribuées ;

3.3 L'ANALOGIE THERMO - GEOMETRIQUE

Jusqu'à présent, sont effectuées des recherches sur l'analogie thermo - géométrique en deux directions. Dans ce sens reste connue la méthode de bain électrolytique ainsi que celle de la feuille conductrice. Le schéma de principe pour une telle installation est présenté dans la fig. 4.

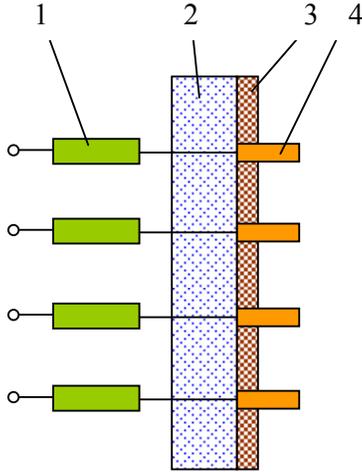


Fig. 4 Le schème thermo - géométrique

La première méthode de modelage [2] utilise un récipient qui contient une cuve électrolytique (liquide) d'une résistivité constante, d'une forme identique à la région bidimensionnelle, soumise à un champ de chaleur.

Le liquide électrolytique peut être l'eau, quand il est nécessaire l'utilisation du courant alternatif, ayant le rôle d'action de barrer la décomposition électrolytique. Dans le deuxième cas, on peut utiliser une solution de tétra - butyle - ammonium où une solution de picrate pour le courant continu.

Evidemment, le récipient doit être réalisé des matériaux isolatrices, avec des propriétés imperméable au liquide

électrolytique et neutre du point de vue chimique.

Pour obtenir une surface isolatrice, il est nécessaire de couvrir les parois avec une électrode de métal qui est liée à une tension bien réglée, en concordance avec la température du contour. Les surfaces isolées ne nécessitent pas des électrodes.

Il est accepté pour l'analogie géométrique [2], que les facteurs de l'échelle sont fondamentaux. On trouve deux situations :

- si il est nécessaire de déterminer justement la distribution de la température, les facteurs n'intéressent pas, parce que la valeur de la température dans un point quelconque correspond à une variation proportionnelle à la tension ;
- en cas que n'intéresse pas la détermination du flux thermique, il faut tenir compte de les facteurs de l'échelle.

Sur l'expérience accumulée dans le dernier cas, on considère les suivants facteurs de l'échelle :

$$V_F = \frac{e}{t}; I_F = \frac{i}{q}; R_F = \rho_e \lambda; G_F = \frac{L_e}{L} \quad (8)$$

Où : e – potentielle électrique [V], t – température [°C], i – l'intensité du courant [A], q – flux thermique [W], ρ_e – résistivité électrique [$\Omega \cdot m$], λ - coefficient de conduction thermique [W/m°C], L – dimension de l'échelle [m].

Evidemment, existe une liaison entre les différentes échelles :

$$V_F = R_F I_F G_F \quad (9)$$

Pour calculer les résistances avec lesquelles on peut simuler le coefficient de transfert thermique [2], on utilise la relation mathématique :

$$R_f = \frac{R_F}{\alpha} \frac{1}{A_s G_F} \quad (10)$$

où A_s est la surface du system primaire qui corresponde à la résistance respective.

Le flux thermique qui caractérise l'échange de la chaleur bidirectionnelle ou tri directionnelle, est déterminé expérimentale, en mesurant l'intensité du courant à l'aide d'une ampèremètre, intercalé dans le circuit du électrode respectif.

Il est impossible de mesurer l'intensité du courant à l'intérieur du récipient tandis que le flux thermique peut être déterminé à l'intermède du gradient de potentiel par la relation :

$$q = \frac{de}{dx} \frac{1}{\rho_e} \frac{G^2_F}{I_F} \quad (11)$$

On puis déterminer expérimentale la température [2], en utilisant une voltmètre qui mesure la différence du potentiel électrique. Les valeurs obtenu vont être affecte par le facteur de l'échelle.

Si l'électrolyte utilisé as un grande résistivité, on doit travaille avec un voltmètre d'impédance d'entrée grande, pour éviter en ce mode de shunter le liquide qui est dedans le récipient, à l'aide d'appareil de mesure.

Une deuxième méthode vise de résoudre les problèmes bidimensionnels avec des feuilles conductrices. En divergence au cas antérieure, la réalisation pratique dan ce cas devient plus facile. Le feuille qui est utilise as une résistivité R_p qui se maintient constante en indépendance du grandeur de la carre, et as la valeur :

$$R_p = \frac{\rho_e}{\delta} \quad (12)$$

où δ - représente la minceur de feuille.

Pour la modélisation expérimentale il est devenu une habitude d'ouvrager avec des feuilles mince, pour obtenir des résistivités suffisamment grandes. Il est aussi possible d'utiliser des matériaux « support » de type isolatrice, sur lesquelles ont appliquent des enduits conductrice, d'une résistivité $R_p=1000\div 10000\Omega$.

Il existe des règles, qui imposent que la tension applique doit être limité, en concordance avec la puissance admissible. A son tour, la puissance est en dépendance avec la température maximale jusqu'à laquelle la feuille peut chauffer. La relation qui donne la température maximale, est :

$$e_{\max} = \sqrt{W_A R_p} L \quad (13)$$

3.4 L'ANALOGIE THERMOELECTRIQUE DE RESEAU

Cette méthode d'analogie [2], peut être appliquée pour le régime transitoire unidirectionnel, quand les résultats de calcul analytique sont approximatifs. Pour une barre isolé dans le cas d'un phénomène conductible en maintient l'hypothèses ici dessus, on peut considérer l'équation d'échange thermique comme :

$$\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (14)$$

Pour un conducteur électrique, l'équation différentielle de la conduction électrique est :

$$\frac{1}{\rho_e} \frac{\partial^2 e}{\partial x^2} = c_e \frac{\partial e}{\partial \tau} \quad (15)$$

Ayant à la base la similitude de relations mathématiques, ce sont développe des modelassions électriques, comme on peut voir dans la fig. 5.

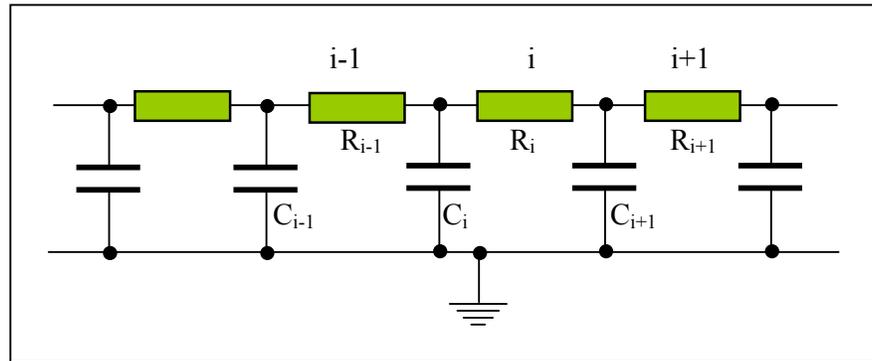


Fig. 5 Réseau RC à modeler

L'équation différentielle (14) peut être remplie par une équation à différence finie de bilan thermique, pour l'élément du volume qui corresponde au nœud i :

$$\frac{\lambda}{L^2}[(T_{i-1} - T_i) - (T_i - T_{i+1})] = \rho c_p \frac{dT}{d\tau} \quad (16)$$

Pour un conducteur électrique, si on utilise l'équation de Kirchhoff au nœud i , on obtient :

$$\frac{1}{R^2}[(e_{i-1} - e_i) - (e_i - e_{i+1})] = C \frac{de_i}{d\tau} \quad (17)$$

Il est bien visible la similitude d'équations, fait qui permet pour les cas expérimentale de résoudre la problème de conduction thermique par des mesures qui sont effectués sur la réseau électrique. Bien compris il est nécessaire d'interpréter les résultats en appliquant avec justesse les facteurs d'échelle.

Il est absolument important de déterminer correctement le facteur d'échelle pour le temps, résistances et condensateurs électriques, ainsi que les facteurs à multiplier.

Pour les recherches expérimentales sont connues les situations :

- Si la température de surface est considérée comme connue, on va appliquer dans les nœuds correspondante une tension, qui peut se maintenir ou non constante (en dépendance de la variation, selon une loi) ;
- Si le flux thermique sur la surface est bien précis, on va alimenter le circuit avec un courant calculé selon un facteur d'échelle, qui correspond à l'intensité électrique ;
- Si une surface est refroidie par un fluide, le coefficient de la conduction était α , il s'impose d'ajouter de résistances à la surface, qui sont calculées en avance ;
- Si le corps étudié contient des sources de chaleur, il faut alimenter avec un courant électrique toutes les nœuds de réseau, en concordance avec le niveau de chaleur.

Pour les déterminations expérimentales les résultats se matérialisent dans des courbes de tension ou courant électrique, en dépendance de temps, qui correspondent à la variation de la température ou flux thermique. L'appareillage de mesure ne doit pas être connecté directement sur le circuit, car leur propre résistance peut introduire des erreurs. Il est possible d'utiliser des amplificateurs opérationnels pour agrandir l'impédance d'entrée de voltmètre.

La mesure d'intensité du courant est plus difficile, et imposée pour la majorité des cas, des enregistrements pour les valeurs mesurées. Il faut dans ce cas tenir compte des facteurs d'échelle, qui permettent de déterminer soit la température, soit le flux de chaleur à l'intérieur du corps étudié.

3.5 METHODES COMBINES

On trouve dans certaines applications [2] que est impossible d'appliquer les méthodes de similitude géométrique pour les cas de transfert de la chaleur de type ne stationnaire. En plus, il est nécessaire d'un grand nombre de composants, pour modeler les processus tridimensionnels.

Ayant a la base les considérants ici dessus, jusqu'au présent ce sont développe des méthodes combines dans laquelle, la conduction thermique est modelé par des analogies géométrique, tant que l'emmagasinage de la chaleur utilisé des méthodes de réseau. Comme même, la résoudre d'un tel problème, peut être empêché, due à la manière incorrecte d'utiliser les facteurs d'échelle.

4. CONCLUSIONS

Les méthodes de déterminer par calcul analytique de paramètres qui caractérisent l'échange de la chaleur en régime stationnaire, sont déjà connue pour le régime unidirectionnelle, si il n'existe pas des phénomènes transitoires ou des sources intérieure de la chaleur.

Pour des régimes bidirectionnel, tri directionnel ou en présence de source intérieure de la chaleur, il est évident que le calcul analytique devienne de plus en plus difficile. Pour éviter un telle situation ce sont développe des méthodes de simulation qui sont différents comme méthodologie en dépendance de la situation de transfert thermique.

Dans ce travail j'ai présenté quelque méthodes de simulation thermique qui sont utilise avec succès et qui permet d'obtenir des paramètres en concordance avec le calcul approximative.

BIBLIOGRAPHIE

1. **AMORFI R., COVRIG M., HOPULELE L.**- Fenomene de transfer, Universitatea Galați, 1993;
2. **CHIRIAC F., LECA A.** - *Procese de transfer de căldură și de masă în instalațiile industriale*, Editura Tehnică, București, 1982, 573 p.
3. **IORDACHE O., SMIGELSKI O.** - *Ecuatiile fenomenelor de transfer de masă și căldură*, Editura Tehnică, București, 1981;
4. **ISACHENKO V.P., OSIPOVA V.A., SUKOMEL A.S.** - *Heat Transfer*, Moscova, 1977.
5. **KIRILLIN V.A., V.V. SYCKEV, A.E. SHEINDLIN** - *Engineering Thermodynamics*, Moscova, 1981.
6. **MIHAI I.C.** - *Termotehnică și transmiterea căldurii*, Editura Universității „Ștefan cel Mare”, 1996.
7. **PETRESCU S., V. PETRESCU** - *Metode și modele în termodinamica tehnică*, Editura Tehnică, București, 1988.
8. **ȘTEFĂNESCU D., M. MARINESCU, A. DĂNESCU** - *Transfer de căldură în tehnică* (vol. 1,2), Editura Tehnică, București, 1982.