

MODELAREA CUPLAJULUI ELASTIC ȘI DE SIGURANȚĂ PARTEA I: MODELAREA CINEMATICĂ ȘI STATICĂ

Ioan STROE¹, Elena EFTIMIE¹ Lucian COTLEANU¹, Mihai FAZECAȘ²

1) Universitatea "Transilvania" din Brașov, e-mail stroei@unitbv.ro,
e-mail lucicotleanu@yahoo.com,

2) Universitatea din Oradea e-mail mihaifazecas@yahoo.com

Keywords: Mechanical Transmission, Clutches, Dynamic Modeling.

Abstract: The paper presents the roll and the importance of the elastic and safety clutches, dynamic modeling; the elastic and safety clutch is included in a mechanical transmission. The next dynamic analysis algorithm is proposed: the problems wording of the dynamic modeling; the kinematical and static modeling of the elastic and safety clutches; the modeling of the induced correlations of the mechanical characteristics of the motors and effectors; the modeling of the semi clutches motion using the Lagrange educations – species II.

1. INTRODUCERE

Parametrul principal care derivă din caracteristica principală a cuplajelor elastice și de siguranță este momentul de torsiune. Un alt paramertu este rigiditatea sau elasticitatea, care reprezintă dependența unghiului relativ de rotire φ a semicuplajelor, în funcție de valoarea momentului de torsiune M_t . Această caracteristică, care reprezintă rigiditatea statică a cuplajului elastic și de siguranță, este dependentă de construcția cuplajului. Verificarea modelului matematic propus pentru determinarea caracteristicii elastice a cuplajelor elastice și de siguranță, precum și validarea soluției constructive și tehnologice adoptate, se realizează prin compararea diagramelor toretice cu cele experimentale, determinate în regim static și dinamic [1, 2].

Lucrarea are ca obiectiv prioritar modelarea dinamică a CES, considerat inclus în transmisia unei mașini. În conformitate cu definiția mașinii [1], pentru studiul dinamic se consideră o transmisie mecanică a cărei schemă (fig.1) cuprinde: un motor de antrenare, o transmisie, care include cuplajul analizat, și un efector (consumator de putere).

Pentru modelarea dinamică a cuplajului, în fig. 2 s-a propus o schemă echivalentă de calcul în care părțile componente ale mașinii, notate în fig. 1. cu I și III, sunt reduse la arborii semicuplajelor 1 și 3.

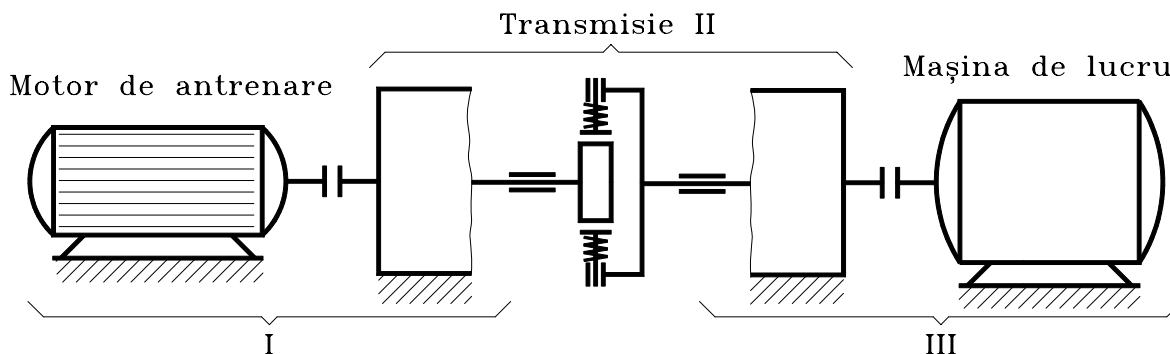


Fig. 1. Transmisie mecanică

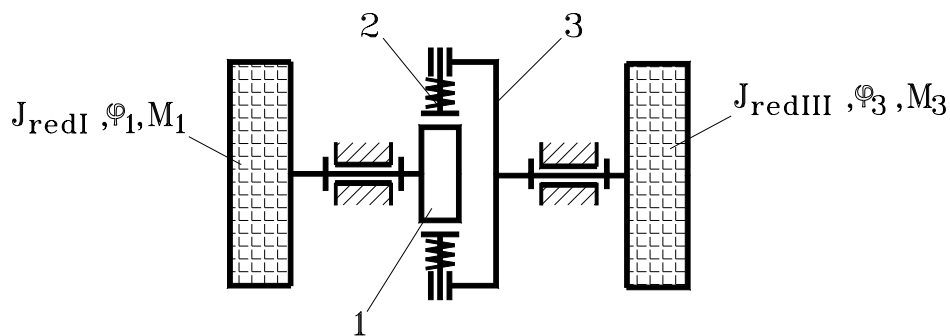


Fig. 2. Schema echivalentă de calcul

Pe baza schemei de calcul echivalente (fig. 2.), se propune următorul algoritm de analiză dinamică:

- formularea problemei de modelare dinamică;
- modelarea cinematică și statică a cuplajului;
- modelarea corelațiilor induse de caracteristicile mecanice ale motoarelor și efectoarelor;
- modelarea mișcării semicuplajelor cu ajutorul ecuațiilor Lagrange de speța a II-a.

2. FORMULAREA PROBLEMEI DE MODELARE DINAMICĂ

Din punct de vedere structural, transmisia II (fig.3.) este caracterizată prin $L=3$ legături exterioare și gradul de mobilitate $M=2$. Din interpretarea acestora, se obține:

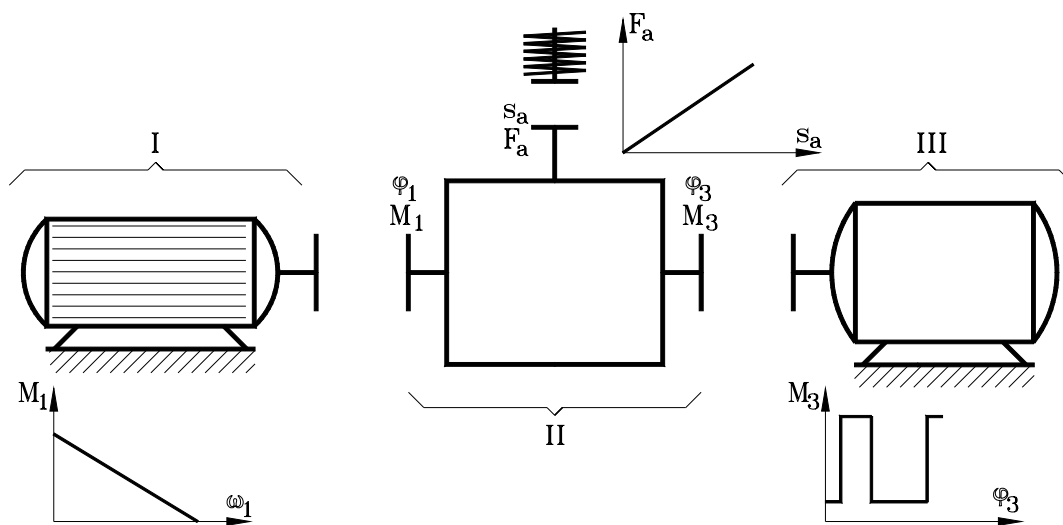


Fig. 3. Schema sistemelor energetice motoare și rezistente

- $L=3 \Rightarrow 2L$ parametri exteriori: $(\varphi_1, M_1), (\varphi_3, M_3), (s_a, F_a), \quad (1)$
- $M=2 \Rightarrow 2$ mișcări exterioare independente: $(\varphi_1, \dot{\varphi}_1, \ddot{\varphi}_1), (\varphi_3, \dot{\varphi}_3, \ddot{\varphi}_3), \quad (2)$

$$\Rightarrow 2 \text{ funcții de transmitere a forțelor: } M_1 = M_1(F_a, \varphi_1, \varphi_3), \quad (3)$$

$$M_3 = M_3(F_a, \varphi_1, \varphi_3), \quad (4)$$

$$\bullet \text{ L-M=1 } \Rightarrow \text{ o funcție de transmitere a mișcărilor: } s_a = s_a(\varphi_1, \varphi_3), \quad (5)$$

$$\Rightarrow \text{ o forță exterioară independentă: } F_a. \quad (6)$$

Ținând seama că funcționarea mecanismului în mașină este caracterizată prin mișcări și forțe determinate în timp, rezultă că pentru determinarea celor 6 parametri exteriori (1) ai mecanismului sunt necesare 6 ecuații independente; L=3 dintre aceste ecuații caracterizează legăturile mecanismului (funcțiile de transmitere ale acestuia - relațiile (3), (4), (5)), iar celelalte L=3 ecuații necesare sunt descrise de caracteristicile mecanice ale sistemelor energetice motoare și rezistente (v. fig. 3.):

$$M_1 = M_1(\omega_1), M_3 = M_3(\varphi), F_a = F_a(s_a). \quad (7)$$

Prin urmare, formularea problemei de dinamică constă în stabilirea celor 6 parametri exteriori (1), ca expresii de timp, în condițiile definirii dependențelor introduse de legăturile mecanismului și a unor caracteristici date, corespunzătoare legăturilor exterioare.

3. MODELAREA CINEMATICĂ ȘI STATICĂ A CUPLAJULUI

Acest subcapitol are ca scop determinarea dependențelor introduse de mecanism între mișcările și forțele exterioare (în premiza că transmisă este izolată din mașină), dependențe exprimate sub forma funcțiilor de transmitere a mișcărilor

$$s_a = s_a(\varphi_1, \varphi_3), \quad (8)$$

și, respectiv, a sarcinilor

$$M_1 = M_1(F_a, \varphi_1, \varphi_3), \quad (9)$$

$$M_3 = M_3(F_a, \varphi_1, \varphi_3). \quad (10)$$

Cuplajul elastic și de siguranță propus poate fi modelat ca un mecanism bimobil (M=2), de tip "capacitiv" (prin analogie cu circuitele electrice de curent alternativ), cu o intrare și o ieșire, în care mișcările semicuplajelor, φ_1 și φ_3 , sunt considerate parametri independenți. Capacitatea mecanică a cuplajului, materializată prin elementele elastice ale acestuia, transformă cupla dintre tchetul 2 și semicuplajul 3 [2], [3] într-o legătură care este considerată în continuare ca exterioară. În acest fel se asigură respectarea condiției structurale de existență a mecanismului [1]: L=3>M=2>0, în care L - reprezintă numărul de legături exterioare (intrări și ieșiri de putere), iar M - gradul de mobilitate.

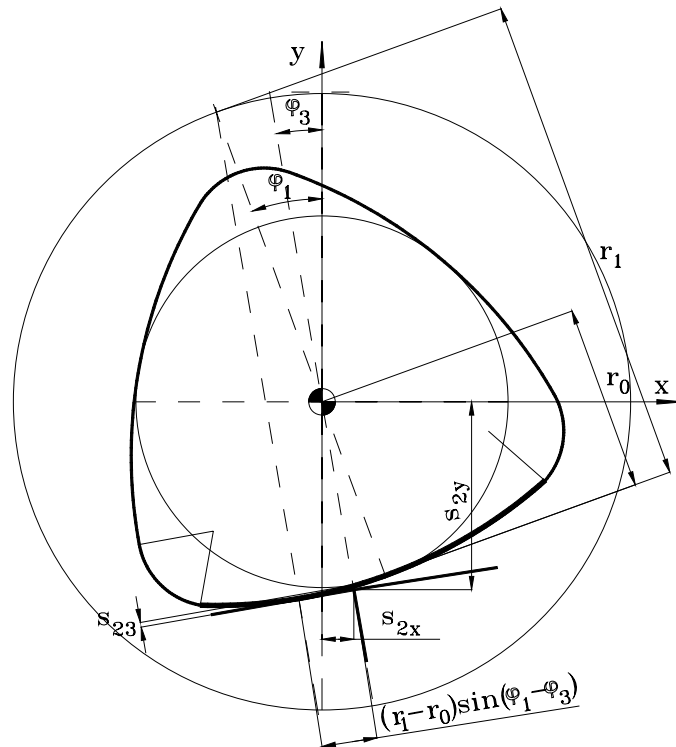
Modelul mecanismului adoptat are la bază următoarele premize:

- elementele cinematice sunt rigide;
- legăturile mecanice sunt permanente, olonome și scleronome.

S-au modelat analitic corelațiile dintre deplasările semicuplajelor și momentul transmis, de la un semicuplaj la celălalt, în funcție de deplasarea relativă dintre acestea. În fig. 4 s-au

reprezentat pozițiile camei pentru faza I și a II-a de decuplare (faza I, reprezentată în fig. 4,a, corespunde funcționării camei pe cercul de rază r_0 , iar faza a II-a, reprezentată în fig. 4,b, corespunde cercului de rază r_2), în care ambele semicuplaje sunt mobile; semicuplajul condus având

Faza I



Faza a II a

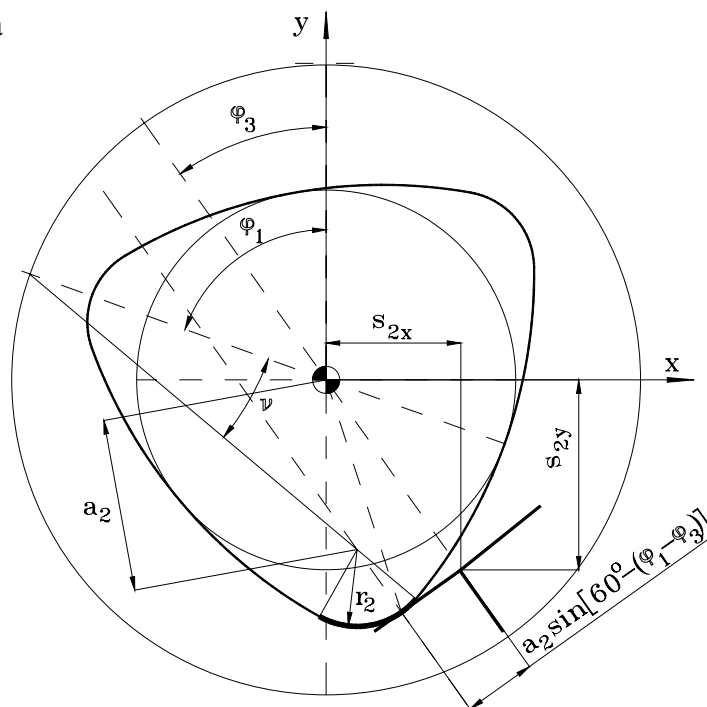


Fig. 4. Schema de definire a funcțiilor de poziție

Funcțiile de poziție, viteză și accelerație ale tachtelui

Tabelul 1

Faza I	Faza a II-a
<ul style="list-style-type: none"> Unghiul de rotație relativă dintre semicuple 	
$\varphi_1 - \varphi_3 \in [0, \varphi_{\max I})$ $\varphi_{\max I} = 60^\circ - \arcsin\left(\frac{r_1 - r_0}{r_1 - r_2} \sin 60^\circ\right)$	$\varphi_1 - \varphi_3 \in [\varphi_{\max I}, \varphi_{\max II}]$ $\varphi_{\max II} = 60^\circ$
<ul style="list-style-type: none"> Funcția de poziție a tachtelui 2 (coordonate absolute) 	
$[s_2] = \begin{bmatrix} s_{2x} \\ s_{2y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_2 \sin \varphi_3 \\ -k_2 \cos \varphi_3 \end{bmatrix}$	
<ul style="list-style-type: none"> Funcția de viteză a tachtelui 2 	
$[v_2] = \begin{bmatrix} v_{2x} \\ v_{2y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 \sin \varphi_3 (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_3) + k_2 \cos \varphi_3 \dot{\varphi}_3 \\ -k_1 \cos \varphi_3 (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_3) + k_2 \sin \varphi_3 \dot{\varphi}_3 \end{bmatrix}$	
<ul style="list-style-type: none"> Funcția de accelerație a tachtelui 2 	
<p>Faza I</p> $[a_2] = \begin{bmatrix} (r_1 - r_0) \cos(\varphi_1 - \varphi_3) \sin \varphi_3 (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_3)^2 + 2k_1 \cos \varphi_3 (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_3) \dot{\varphi}_3 - k_2 \sin \varphi_3 \dot{\varphi}_3^2 + \\ + k_1 \sin \varphi_3 (\ddot{\varphi}_1 - \ddot{\varphi}_3) + k_2 \cos \varphi_3 \ddot{\varphi}_3 \\ - (r_1 - r_0) \cos(\varphi_1 - \varphi_3) \cos \varphi_3 (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_3)^2 + 2k_1 \sin \varphi_3 (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_3) \dot{\varphi}_3 + k_2 \cos \varphi_3 \dot{\varphi}_3^2 - \\ - k_1 \cos \varphi_3 (\ddot{\varphi}_1 - \ddot{\varphi}_3) + k_2 \sin \varphi_3 \ddot{\varphi}_3 \end{bmatrix}$ <p>Faza a II-a</p> $[a_2] = \begin{bmatrix} -a_2 \cos[60 - (\varphi_1 - \varphi_3)] \sin \varphi_3 (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_3)^2 + 2k_1 \cos \varphi_3 (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_3) \dot{\varphi}_3 - k_2 \sin \varphi_3 \dot{\varphi}_3^2 + \\ + k_1 \sin \varphi_3 (\ddot{\varphi}_1 - \ddot{\varphi}_3) + k_2 \cos \varphi_3 \ddot{\varphi}_3 \\ a_2 \cos[60 - (\varphi_1 - \varphi_3)] \cos \varphi_3 (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_3)^2 + 2k_1 \sin \varphi_3 (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_3) \dot{\varphi}_3 + k_2 \cos \varphi_3 \dot{\varphi}_3^2 - \\ - k_1 \cos \varphi_3 (\ddot{\varphi}_1 - \ddot{\varphi}_3) + k_2 \sin \varphi_3 \ddot{\varphi}_3 \end{bmatrix}$	
<ul style="list-style-type: none"> Funcția de poziție relativă a tachtelui 2 față de semicuplele conduse 3 	
$s_{23} = k_2 - r_0$	
<ul style="list-style-type: none"> Funcția de viteză relativă a tachtelui 2 față de semicuplele conduse 3 	
$v_{23} = k_1 (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_3)$	
<ul style="list-style-type: none"> Funcția de poziție relativă a tachtelui 2 față de semicuplele conducătoare 1 	
$s_{21} = r_1 (\varphi_1 - \varphi_3) - (r_1 - r_0) \sin(\varphi_1 - \varphi_3)$	$s_{21} = r_1 \varphi_{\max I} + r_2 (\varphi_1 - \varphi_3 - \varphi_{\max I}) - a_2 \sin[60 - (\varphi_1 - \varphi_3)]$

Tabelul 1 (continuare)

• Funcția de viteză relativă a tachelului 2 față de semicuplajul conducător 1	
$v_{21} = k_2(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_3)$	
Notații	
$k_1 = (r - r_0)\sin(\varphi_1 - \varphi_3)$ $k_2 = r_1 - (r_1 - r_0)\cos(\varphi_1 - \varphi_3)$ $k_3 = (r_1 - r_0)^2 \sin[2(\varphi_1 - \varphi_3)]$	$k_1 = a_2 \sin[60 - (\varphi_1 - \varphi_3)]$ $k_2 = r_2 + a_2 \cos[60 - (\varphi_1 - \varphi_3)]$ $k_3 = -a_2^2 \sin[2(60 - (\varphi_1 - \varphi_3))]$ $a_2 = \frac{(r_1 - r_0)\sin \varphi_{\max I}}{\sin(60 - \varphi_{\max I})}$

deplasarea unghiulară φ_3 , obținându-se astfel o deplasare unghiulară relativă $\varphi = \varphi_1 - \varphi_3$.

Cunoscând geometria camei, se poate determina atât funcția de transmitere a mișcărilor $s_a = s_a(\varphi_1, \varphi_3) = s_{23}$ cât și funcțiile de poziție relativă s_{21} și absolută s_2 ale tachelului, funcții necesare în calculele ulterioare. Prin derivarea succesivă a acestor funcții de poziție, se obțin expresiile vitezelor și accelerațiilor, având ca argumente mișcările independente ale mecanismului; expresiile funcțiilor de poziție, viteză și accelerație au fost sistematizate în tabelul 1.

În varianta neglijării frecării și a inerției, funcțiile de transmitere ale momentelor (v. relațiile (9) și (10)) sunt descrise de expresiile momentelor capabile transmise. În condițiile considerării forțelor de inerție și a forțelor de frecare, determinarea funcțiilor de transmitere a forțelor se va realiza cu ajutorul ecuațiilor lui Lagrange.

4. CONCLUZII

În urma modelării cinematice a cuplajelor elastice și de siguranță, se pot formula unele concluzii mai importante.

Trecerea punctului de contact camă-tachet dintr-o fază de funcționare în cealaltă se realizează cu salt de accelerație ceea ce conduce la variații mari de moment de torsiune - atât la semicuplajul conducător cât și la cel condus - datorită salturilor de momente produse de inerțiile părților conducătoare și conduse ale cuplajului.

5. BIBLIOGRAFIE

1. Dudiță, Fl., Diaconescu, D. Curs de mecanisme, Cinematica – Dinamica. Universitatea din Brașov, 1982.
2. Stroe, I. Contribuții teoretice și experimentele privind conceperea și modelarea unei noi clase de cuplaje cu funcții multiple Cuplaje elastice și de siguranță. Teză de doctorat. Universitatea Transilvania Brașov, 1999.
3. Stroe, I., Eftimie, E. Cuplaje elastice și de siguranță. Editura Ecran Magazin, Brașov, 2001.