

STUDIUL BIOMECHANIC AL BATAII PE TRAMBULINA ELASTICA DIN GIMNASTICA

lect. univ. dr. Mircea BARBUCEANU

Universitatea din Pitesti, Facultatea de Stiinte, ROMÂNIA

e-mail: mircea_barbuceanu@yahoo.com

Keywords: biomechanics, gymnastic, tumbling

Abstract

Tumbling is a dynamic movement requiring control of motric forces and angular momentum during the approach and takeoff phases. Both of these phases are in present subject to some variability even when the gymnast is trying to perform a given movement repeatedly. This paper use a biomechanical model of tumbling based on our own videocomputing analyzes performed with a common camera. The assumptions resulted have permitted to us to achieve a functional model. So, we were successful to calculate the real form of the matrices implicated in equations of motion.

1. DESCRIEREA TEHNICA A SARITURILOR CU SPRIJIN DIN GIMNASTICA

Sariturile cu sprijin reprezinta proba cea mai dinamica si cea mai scurta ca durata din poliatlonul de gimnastica, executia unei sarituri fiind de aproximativ 5-6 secunde. Prin modul lor de desfasurare, sariturile constituie totodata una din probele spectaculoase ale competitiei de gimnastica.

Desi efectuarea unei sarituri pare, la prima vedere, mai simpla, în raport cu aceea a unui exercitiu la aparate, totusi aceasta cere din partea gimnastilor calitati deosebite, ca: detenta, viteza, forta, coordonare si orientare în spatiu, concentrare si curaj. In timpul sariturilor organismul sportivului este supus la o solicitare. Astfel, la bataia pe trambulina sau la efectuarea sprijinului cu bratele, se exercita asupra articulatiilor si musculaturii forte care depasesc de câteva ori greutatea corporala a sportivului.

În gimnastica masculina sariturile se efectueaza peste calul asezat în lungime, folosind pentru bataie o trambulina semielastica, precum si o pista de elan. Lungimea aparatului este de 160 cm, iar înaltimea de 135 cm. Corpul calului are o latime de 35 cm, iar grosimea de 34 cm, suprafata fiind acoperita cu piele sau material sintetic, fara denivelari si cu o anumita elasticitate, care sa protejeze articulatiile mâinilor. Se preconizeaza pentru viitor un model de cal care are sub suprafata de sprijin dispuse arcuri metalice, cu rol de amortizare, cât si de obtinere a unei amplitudini mai mari în zborul al doilea si, de asemenea, de a favoriza abordarea unor sarituri mai grele.

Trambulina semielastica are o lungime de 120 cm, latimea de 60 cm si înaltimea de 20 cm. Suprafata de bataie este acoperita cu un material antiderapant. Întreaga constructie a trambulinei trebuie sa fie numai din lemn.

Dificultatea si valoarea sariturilor se apreciaza atât dupa înaltimea si lungimea zborurilor si în special a celui de al doilea zbor, cât si daca în timpul acestora se efectueaza întoarceri în diferite axe.

Toate sariturile cu sprijin au o trasatura comuna, determinata de fazele care compun desfasurarea lor integrala, si anume: elanul, bataia pe trambulina, primul zbor, sprijinul (bataia) cu mâinile pe cal, zborul al doilea si aterizarea. Cunoasterea si însusirea corecta a tehnicii acestor faze componente se asigura înca de la începutul instruirii.

Bataia picioarelor pe trambulina

Aceasta faza joaca un rol hotaritor in realizarea structurala a fiecărei sarituri, de aceea însusirii tehnicii acestei faze trebuie sa i se acorde o importanta si o atentie

teoretica si practica deosebite. Bataia se realizeaza pe pingea cu talpile paralele, iar o data cu impulsia puternica a picioarelor si extinderea lor din toate articulatiile, se efectueaza si miscarea bratelor energica de jos în sus si înainte, în prelungirea corpului, actiuni care, suprapuse, asigura obtinerea înaltimii primului zbor. Traectoria zborului dupa bataie este rezultanta determinata de corelatia dintre viteza orizontala imprimata de elan, de unghiul de atac pe trambulina, de durata bataii, de unghiul de desprindere de pe trambulina, de elasticitatea trambulinei si a corpului gimnastului.

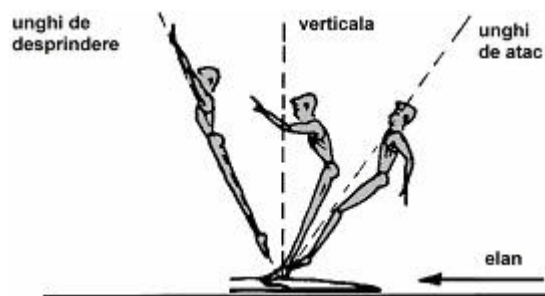


Fig. 1

2. MODELUL BIOMECANIC GENERAL AL ORGANISMULUI UMAN IMPLICAT ÎN SARITURA LA TRAMBULINA DIN GIMNASTICA

Toate consideratiile din acest paragraf se bazeaza pe constatari experimentale achizitionate printr-o analiza videocomputerizata proprie dar si pe alte constatari cuprinse în literatura de specialitate din domeniul biomecanicii, astfel de determinari fiind de nerealizat în tara noastra în prezent, datorita nivelului deosebit de înalt al tehnologiilor implicate.

În scopul unei simplificari care sa faca posibila scrierea unor ecuatii matematice, dar care sa nu piarda nimic din semnificatia mecanica a modelului real în ceea ce ne priveste, va trebui sa consideram de la început câteva ipoteze simplificatoare. În prezentul studiu acestea sunt urmatoarele:

- miscarea este considerata bidimensionala, realizata în planul vertical de înaintare a sportivului. Aceasta ipoteza este justificata prin analiza videocomputerizata a exercitiului din perspectiva tridimensionala ce releva existenta unui balans lateral în raport cu directia de înaintare nesemnificativ (neglijabil), precum si de regulamentele internationale de concurs ce impun acest lucru ca o conditie de punctaj superior.
- gimnastul este modelat printr-un sistem de solide rigide cu 9 grade de libertate prezentat în figura 2; tot legat de analiza videocomputerizata si conditiile regulamentelor de concurs, am considerat ca cele doua mâini si picioare au o miscare absolut sincrona, ceea ce a permis reducerea acestora la câte un singur membru: mâna unica alcatuita din doua segmente unidimensionale rigide, iar piciorul unic din trei astfel de segmente.
 - Vom considera ca actiunea motrice modelata biomecanic începe si se termina în momentul în care atletul coboara pe trambulina, respectiv în momentul în care acesta se atinge calul. Saritura poate fi atunci divizata în doua faze principale:
 - *faza de suport* - în care picioarele împing în placa,
 - *faza de zbor* - în care gimnastul nu atinge salteaua;
 - În faza de suport, coborârea corpului este la început frânata, dupa care atletul reia urcarea. În timpul acestei perioade este initiat un zbor corect prin apropierea segmentelor inferioare si superioare de corp. Acest fapt constituie, în primul rând, suportul presupunerii noastre anterioare cu privire la membrele unice. Interactiunea cu trambulina si alte notatii sunt sugerate în figura 3;

- În tipul fazei de zbor toate forțele exterioare ce se exercită asupra gimnastului le reducem la câmpul gravitațional. Prin aceasta se subînțelege neglijarea oricărui tip de forță de rezistență din partea aerului, fapt posibil datorită vitezei relative mici a sportivului în raport cu acesta.

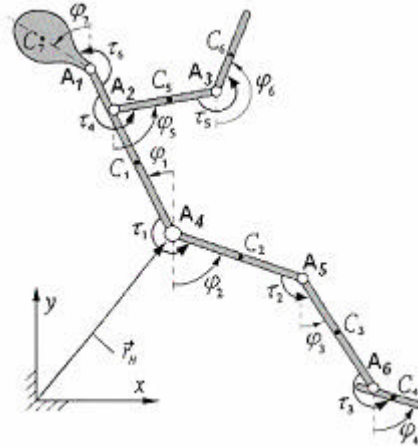


Fig. 2

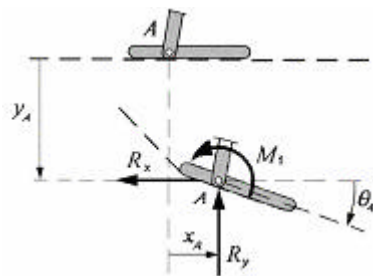


Fig. 3

3. MODELUL MECANO-GEOMETRIC AL TRAMBULINEI

Trambulina este modelată mecanic printr-o placă cu rigiditate și amortizare cunoscute. Cunoașterea proprietăților de rigiditate și amortizare ale acesteia revine la următoarea reprezentare schematică convențională:

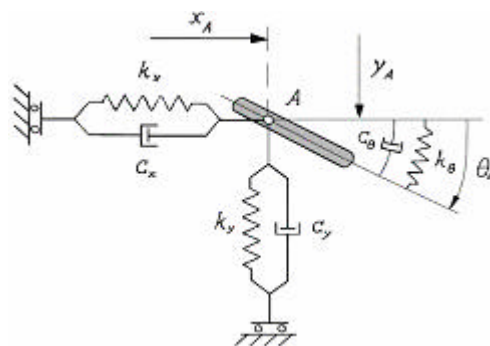


Fig. 4

Presupunerea noastră revine matematic la următoarele dependente neliniare ale componentelor forței și momentului de reacție de elongațiile liniare și unghiulare respective:

$$\begin{aligned}
 R_x &= -k_x x_A - c_x \dot{x}_A \\
 R_y &= -(ay_A^2 + by_A) - (cy_A^2 + dy_A) \dot{y}_A \\
 M_A &= -(ey_A + f) q_4 - c_q \dot{q}_4
 \end{aligned} \tag{1}$$

unde $q_4 = \frac{p}{2} - j_4$. Coeficientii k_x, c_x, c_q se presupune a nu depinde de y_A , iar constantele a, \dots, f sunt tocmai cele care definesc modelul mecanic nelinier al trambulinei.

4. MODELUL MECANO-MATEMATIC AL MISCARII STUDIATE

Sistemul modelat pâna acum este, asa cum rezulta din ipotezele initiale, un biomecanism clasic – un sistem de solide rigide articulate. Ca urmare, modelarea sa matematica, va fi data de forma matriciala generala a ecuatiilor de miscare.

În cazul de fata, cele noua grade de libertate ale sistemului mecanic ce modeleaza sportivul în saritura la trambulina din gimnastica artistica le-am ales a fi urmatoarele:

x_H, y_H - coordonatele articulatiei soldului în sistemul fix (legat de saltea) Oxy,

j_1, \dots, j_7 - coordonatele unghiulare ale celor sapte componente rigide ale sistemului mecanic în raport cu verticala locului (Oy) si masurate în sens trigonometric.

Vectorul de pozitie generalizat q va avea deci componentele explicite:

$$q = [x_H, y_H, j_1, j_2, j_3, j_4, j_5, j_6, j_7]^T \tag{2}$$

Controlul executiei se realizeaza de catre gimnast prin intermediul unor actiuni musculare multiple modelate mecano-matematic prin intermediul a sase cupluri „localizate” corespunzator în cele sase cuple de rotatie ideale ce modeleaza mecanic articulatiile respective ale corpului uman: gât, umeri, solduri etc.:

$$\bar{\tau} = [\bar{\tau}_1, \bar{\tau}_2, \bar{\tau}_3, \bar{\tau}_4, \bar{\tau}_5, \bar{\tau}_6]^T \tag{3}$$

Acestea le vom considera constante pe portiuni - variabile „în treapta” (*Heaviside*).

Pentru scrierea ecuatiilor de miscare am apelat la ecuatia matriceala dedusa în [2] pentru un lant articulata deschis cu corpuri si articulatii numerotate regulat.

$$[A][q] = [B] \tag{4}$$

Tinând seama de expresia si semnificatia matricelor care apar, vom scrie ecuatia generala (4) sub o alta forma matriceala care va permite ulterior un calcul mai facil în cazul de fata:

$$M(q)\ddot{q} + d(q, \dot{q}) = f(q) + r(q) + Bt \tag{5}$$

unde M este matricea masei generalizate de dimensiune 9×9 , d este vectorul de dimensiune 9 al fortelor de inertie generalizate (datorite acceleratiei centrifuge), f si r vectorii 9-dimensionali ai fortelor generalizate datorate câmpului gravitacional, respectiv fortelor de reactiune din partea trambulinei, iar B este matricea constanta a distributiei intrarilor de control ale sistemului biomecanic (matrice 9×9 ce are elementele 0, 1 sau -1, în functie de actiunea cuplurilor asupra elementelor sistemului biomecanic si de sensul acestor actiuni).

Scrierea efectiva a ecuatiei (5) presupune calculul elementelor matricelor care apar pentru cazul sistemului biomecanic construit pâna aici. În acest sens, analiza expresiilor efective ale matricelor ce apar în aceasta ecuatie ne arata ca primul pas în stabilirea acestor expresii îl constituie determinarea matricilor de rotatie si translatie ce descriu trecerea de la sistemul de coordonate cartezian atasat unui element rigid la cel atasat elementului rigid imediat urmator. Exemplificam doar scrierea uneia dintre matricele respective. Cu notatiile din figura 2, matricele de translatie si rotatie relativa

corespunzatoare trecerii de la elementul 1 la elementul 2 al sistemului biomecanic, cu conventia operatorilor omogeni, vor fi:

$$[R_{T_1}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ y_1 & 0 & 1 & 0 \\ z_1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [R_{R_1}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\mathbf{j}_2 - \mathbf{j}_1) & \sin(\mathbf{j}_2 - \mathbf{j}_1) & 0 \\ 0 & -\sin(\mathbf{j}_2 - \mathbf{j}_1) & \cos(\mathbf{j}_2 - \mathbf{j}_1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

De aici, scriind toate celelalte matrice si efectuând calculele indicate de relatiile precedente, se obtin expresiile pentru matricea de inertie omogena, pentru matricele fortelor generalizate si pentru matricea intrarilor sub formele simple omogene. Pentru a prezenta aceste expresii într-un mod mai condensat, vom face mai întâi câteva notatii:

$$\begin{aligned} q_T &= [x_H, y_H, \mathbf{j}_1]^T \\ q_L &= [\mathbf{j}_2, \mathbf{j}_3, \mathbf{j}_4]^T \\ q_U &= [\mathbf{j}_5, \mathbf{j}_6]^T \\ q_G &= [\mathbf{j}_7]^T \end{aligned} \quad (7)$$

$$M = \begin{bmatrix} M_{TT} & M_{TL} & M_{TU} & M_{TG} \\ M_{TL}^T & M_{LL} & 0 & 0 \\ M_{TU}^T & M_{TT} & M_{UU} & 0 \\ M_{TG}^T & 0 & 0 & M_{GG} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} m &= m_1 + m_7 & J'_{H1} &= J_{c1} + m_1 c_1^2 + (m_5 + m_6) l_8^2 + m_7 l_1^2 \\ \mathbf{m}_1 &= m_1 c_1 + (m_5 + m_6) l_8 + m_7 l_1 & J'_{H2} &= J_{c2} + m_2 c_2^2 + (m_3 + m_4) l_2^2 \\ \mathbf{m}_2 &= m_2 c_2 + (m_3 + m_4) l_2 & J'_{K3} &= J_{c3} + m_3 c_3^2 + m_4 l_3^2 \\ \mathbf{m}_3 &= m_3 c_3 + m_4 l_3 & J'_{A4} &= J_{c4} + m_4 c_4^2 \\ \mathbf{m}_4 &= m_4 c_4 & J'_{S5} &= J_{c5} + m_5 c_5^2 + m_6 l_5^2 \\ \mathbf{m}_5 &= m_5 c_5 + m_6 l_8 & J'_{E6} &= J_{c6} + m_6 c_6^2 \\ \mathbf{m}_6 &= m_6 c_6 & J'_{W7} &= J_{c7} + m_7 c_7^2 \\ \mathbf{m}_7 &= m_7 c_7 \end{aligned} \quad (9)$$

Cu aceste notatii, efectuând calculele matriceale respective, obtinem succesiv:
- blocurile matricei de inertie, M :

$$\begin{aligned} M_{TT} &= \begin{bmatrix} m & 0 & -\mathbf{m}_1 \cos \mathbf{j}_1 \\ 0 & m & -\mathbf{m}_1 \cos \mathbf{j}_1 \\ -\mathbf{m}_1 \cos \mathbf{j}_1 & -\mathbf{m}_1 \cos \mathbf{j}_1 & J'_{H1} \end{bmatrix} & M_{TT} &= \begin{bmatrix} \mathbf{m}_2 \cos \mathbf{j}_2 & \mathbf{m}_3 \cos \mathbf{j}_3 & \mathbf{m}_4 \cos \mathbf{j}_4 \\ \mathbf{m}_2 \sin \mathbf{j}_2 & \mathbf{m}_3 \sin \mathbf{j}_3 & \mathbf{m}_4 \sin \mathbf{j}_4 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ M_{TU} &= \begin{bmatrix} \mathbf{m}_5 \cos \mathbf{j}_5 & \mathbf{m}_6 \cos \mathbf{j}_6 \\ \mathbf{m}_5 \sin \mathbf{j}_5 & \mathbf{m}_6 \sin \mathbf{j}_6 \\ -\mathbf{m}_5 l_5 \cos(\mathbf{j}_5 - \mathbf{j}_1) & -\mathbf{m}_6 l_5 \cos(\mathbf{j}_6 - \mathbf{j}_1) \end{bmatrix} & M_{TG} &= \begin{bmatrix} -\mathbf{m}_7 \cos \mathbf{j}_7 \\ -\mathbf{m}_7 \sin \mathbf{j}_7 \\ \mathbf{m}_7 l_1 \cos(\mathbf{j}_7 - \mathbf{j}_1) \end{bmatrix} \\ M_{LL} &= \begin{bmatrix} J'_{H2} & \mathbf{m}_3 l_2 \cos(\mathbf{j}_3 - \mathbf{j}_2) & \mathbf{m}_4 l_2 \cos(\mathbf{j}_4 - \mathbf{j}_2) \\ \mathbf{m}_3 l_2 \cos(\mathbf{j}_3 - \mathbf{j}_2) & J'_{K3} & \mathbf{m}_4 l_3 \cos(\mathbf{j}_4 - \mathbf{j}_3) \\ \mathbf{m}_4 l_2 \cos(\mathbf{j}_4 - \mathbf{j}_2) & \mathbf{m}_4 l_3 \cos(\mathbf{j}_4 - \mathbf{j}_3) & J'_{A4} \end{bmatrix} \\ M_{UU} &= \begin{bmatrix} J'_{S5} & \mathbf{m}_6 l_5 \cos(\mathbf{j}_6 - \mathbf{j}_5) \\ \mathbf{m}_6 l_5 \cos(\mathbf{j}_6 - \mathbf{j}_5) & J'_{E6} \end{bmatrix} & M_{GG} &= [J'_{W7}] \end{aligned} \quad (10)$$

Notatiile clasice utilizate în expresiile matricelor de mai sus sunt urmatoarele:

- m_i - masa segmentului i al sistemului biomecanic;
- J_{ci} - momentul de inertie în raport cu centrul de masa pentru segmentul i ;
- l_i - lungimea segmentului i ;
- c_i - distanta de la articulatiile A_1, \dots, A_6 la cel mai apropiat centru de masa;
- i - indice care contorizeaza segmentele sistemului biomecanic, $i = \overline{1,7}$
- l_s - distanta dintre articulatiile A_2 si A_4 .

- vectorul 9-dimensional fortelor de inertie generalizate (datorat acceleratiei centrifuge), d :

$$d = \begin{bmatrix} m_1 \dot{j}_1^2 \sin j_1 - \sum_{i=2}^6 m_i \dot{j}_i^2 \sin j_i + m_7 \dot{j}_7^2 \sin j_7 \\ - m_1 \dot{j}_1^2 \sin j_1 + \sum_{i=2}^6 m_i \dot{j}_i^2 \sin j_i - m_7 \dot{j}_7^2 \sin j_7 \\ m_4 l_s \dot{j}_5^2 \sin(j_5 - j_1) + m_6 l_s \dot{j}_6^2 \sin(j_6 - j_1) - m_7 l_1 \dot{j}_7^2 \sin(j_7 - j_1) \\ - m_4 l_2 \dot{j}_3^2 \sin(j_3 - j_2) - m_4 l_2 \dot{j}_4^2 \sin(j_4 - j_2) \\ m_3 l_2 \dot{j}_2^2 \sin(j_3 - j_2) - m_4 l_3 \dot{j}_4^2 \sin(j_4 - j_3) \\ m_4 l_2 \dot{j}_2^2 \sin(j_4 - j_2) + m_4 l_3 \dot{j}_3^2 \sin(j_4 - j_3) \\ - m_6 l_s \dot{j}_1^2 \sin(j_5 - j_1) - m_6 l_s \dot{j}_6^2 \sin(j_6 - j_5) \\ - m_6 l_s \dot{j}_1^2 \sin(j_6 - j_1) + m_6 l_s \dot{j}_5^2 \sin(j_6 - j_5) \\ m_7 l_1 \dot{j}_1^2 \sin(j_7 - j_1) \end{bmatrix} \quad (11)$$

- vectorul 9-dimensional al fortelor generalizate datorate câmpului gravitacional, f :

$$f = \begin{bmatrix} 0 \\ -mg \\ m_1 g \sin j_1 \\ -m_2 g \sin j_2 \\ -m_3 g \sin j_3 \\ -m_4 g \sin j_4 \\ -m_5 g \sin j_5 \\ -m_6 g \sin j_6 \\ m_7 g \sin j_7 \end{bmatrix} \quad (12)$$

- vectorul 9-dimensional al fortelor generalizate datorate fortelor de reactiune din partea trambulinei, r :

$$r = \begin{bmatrix} -R_x & R_y & 0 & -R_x l_2 \cos j_2 + & -R_x l_3 \cos j_3 + & M_A & 0 & 0 & 0 \\ & & & + R_y l_2 \sin j_2 & + R_y l_3 \sin j_3 & & & & \end{bmatrix}^T \quad (13)$$

- matricea distributiei intrarilor de control, B :

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

Prin calculul și scrierea efectivă a elementelor matricelor ce apar în ecuația de mișcare construcția modelului mecano-matematic al atletului ce execută o săritură clasică la trambulina în gimnastica artistică se poate considera încheiat. Cunoșcând aceste expresii, ecuația matriceală (5) poate fi particularizată numeric de la caz la caz.

Bibliografie

- [1] Academia Română, *Biomecanica*, Colectie de articole de biomecanica publicata în Editura Academiei R.S.R., 1989
- [2] Akademischen Vereins Hutte e. V., *Manualul inginerului. Fundamente*, editia a 29-a, Editura Tehnica, Bucuresti, 1989
- [3] Audu M., Kirsch R., Triolo R., *A computational technique for determining the ground reaction forces in human bipedal stance*, Journal of Applied Biomechanics, 19/2003, p. 361-371
- [4] Bajin B., *Goniometric analysis of the push-off phase during 1½ somersault in men's gymnastics vaulting*, Science in gymnastics, 1979, p. 1-8
- [5] Barbuceanu M., Iorga-Siman I., Giosanu D., Barbuceanu D., *The biomechanical analysis of standing fall*, The 5-th International Balkan Workshop on Applied Physics, Universitatea Ovidius, Constanta, Facultatea de Fizica, 5-7 July 2004, Constanta, p. 123
- [6] Barbuceanu M., Pârlac S., *Model mecanic al caderii în picioare*, Buletinul Stiintific al Universitatii din Pitesti, Seria: MECANICA, nr. 1/2004
- [7] Berne N., Cappozzo A., Meglan L., *Rigid body mechanics as applied to Human movement studies*, Biomechanics of Human Movements, 1990, p. 89-107, Worthington, Ohio
- [8] Grigore V., *Gimnastica artistica - Bazele teoretice ale anamentului sportiv*, Editura SemnE, Bucuresti, 2001.
- [9] Knoll, K., *Analysis of acrobatic tumbling exercises on floor and balance beam*, Proceedings of XIV International Symposium on Biomechanics in Sports, 1996, p. 325-328, Universidade Tecnica de Lisboa, Lisboa, Portugal
- [10] Zatsiorsky. V. M., *Biomechanics in sport. Performance and injury prevention*, Vol. IX of the ENCYCLOPEDIA OF SPORTS MEDICINE, Blackwell Science Published, London, 2000

- lect. univ. dr. **Mircea BARBUCEANU**, Catedra de Chimie-Fizica a Facultatii de Stiinte, Universitatea din Pitesti, str. Târgul din Vale, nr. 1, 110040, ROMANIA, tel. 0248218477, fax 0248216448, e-mail mircea_barbuceanu@yahoo.com;