

## CORELATII INTRE CRITERILE DE SIMILITUDINE

Dr.Ing.Timur Chis,  
COMPET S.A. PLOIESTI

## ABSTRACT

Vortex flow induced oscillations in free marine structure, often of concern when a bluff structure is exposed to fluid cross-flow, are considered herein using a semi-empirical modeling approach. Based on the fluid momentum theorem, the model involves a highly simplified abstraction of the complex flow field, and major assumptions concerning the nature of the coupling between the fluid and the oscillating structure. The similitudine criteria is very important to define flow characteristic about model prediction. Criteria of fluid motion is interesting to determine response of the nature to people activity. Correlation of the criteria similitudines is base to equation of flow descriptions. The prototype problems are studied, including harmonically forced cylinders, spring-mounted cylinders, and taut elastic pipelines ;in each case the structure is assumed to be of circular cross-section and situated in a uniform cross-flow. Only oscillations tranverse to the flow are considered. The problem of modal interaction for elastic pipelines, typically of interest when the fluid flow excites high-mode-number resonances, is given particular attention.

## INTRODUCERE

Datorita complexitatii fenomenelor si dificultatilor ce apar la integrarea ecuatiilor de miscare, in hidrodinamica se folosesc, în mod frecvent, metode experimentale de cercetare. Pentru ca rezultatele experimentului pe model sa fie cât mai apropiate de cele ale cazului real, trebuie respectate unele conditii, denumite criterii de similitudine. Criterile de similitudine sunt numere, exprimate prin rapoarte adimensionale între marimile geometrice si fizice ce intervin în descrierea fenomenului studiat. Criterile de similitudine indica ca, în cazul fenomenelor asemenea, ele au aceleasi valori numerice, atât pe modele, cât si pe prototip.

În acest scop se definesc urmatoarele scari:

-scara fortelor masice gravitationale  $k_M = f_{Mn} / f_{Mm} = g_n / g_m$  ;

-scara densitatilor  $k_\rho = \rho_n / \rho_m$ ;

-scara presiunilor  $k_p = p_n / p_m = p_{dn} / p_{dm}$ ;

-scara timpului  $k_t = t_n / t_m$ ;

-scara lungimilor  $k_l = l_n / l_m$ ;

-scara vâscozitatilor cinematice  $k_\nu = \nu_n / \nu_m$  (în expresile de mai inainte indicii n si m se refera la fenomenul natural si cel modelat).

Pentru stabilirea criteriilor de similitudine este suficient sa se examineze ecuatia de miscare dupa axa Oz:

$$f_{Mz} - \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{p}_d}{\partial z} + \mathbf{n} \left( \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) = \frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial(v_z)}{\partial x} + v_y \frac{\partial(v_z)}{\partial y} + v_z \frac{\partial(v_z)}{\partial z} \quad (1)$$

Daca fiecarui termen din (1) i se asociaza scara corespunzatoare, se obtine:

$$k_M f_{Mz} - \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{p}_d}{\partial z} + \frac{k_v k_n}{k_l^2} \mathbf{n} \left( \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) = \frac{k_v}{k_l} \frac{\partial v_z}{\partial t} + \frac{k_v^2}{k_l} \left( v_x \frac{\partial (v_z)}{\partial x} + v_y \frac{\partial (v_z)}{\partial y} + v_z \frac{\partial (v_z)}{\partial z} \right) v_x \frac{\partial (v_z)}{\partial x} + v_y \frac{\partial (v_z)}{\partial y} + v_z \frac{\partial (v_z)}{\partial z} \quad (2)$$

Pentru ca ecuatiile (1), (2) sa descrie aceleasi fenomen si pentru model si pentru prototip, ele trebuie sa difere printr-un factor. Aceasta se realizeaza daca si numai daca:

$$k_M = k_p / (k_p k_l) = k_n k_v / k_l^2 = k_v / k_l = k_n^2 / k_l \quad (3)$$

Sirul de egalitati (3) determina criteriile de similitudine hidrodinamica utile pentru lucrarea de fata.

## 1.CRITERII DE SIMILITUDINE

### A.Criteriul de similitudine Reynolds

Criteriul de similitudine *Reynolds* se noteaza **Re** si reprezinta proportionalitatea dintre fortele de viscozitate si fortele de inertie convective .

$$k_n k_v / k_l^2 = k_n^2 / k_l \quad (4)$$

Prin urmare egalitatea:

$$Re = v L_{WL} / \mathbf{n} = const \quad (5)$$

Conduce la determinarea numarului **Re**.

Daca în (5) se inlocuiesc scarile rezulta:

$$Re = vl / \mathbf{n} \quad (6)$$

unde:  $v$ =viteza in m/s.

$l$ =lungimea in m.

$\mathbf{n}$ =vâscozitatea cinematica in  $m^2/s$ .

sau in studiul interactiunii dintre conducta si apa

$$Re_n = v_n l_n / \mathbf{n}_n = v_m l_m / \mathbf{n}_m = Re_m \quad (7)$$

unde:  $L_{WL}$ =lungimea conductei la plutire (m)

### B.Criteriul de similitudine Froude

Criteriul de similitudine *Froude* se noteaza cu **Fr** si reprezinta proportionalitatea dintre fortele gravitationale si fortele de inertie convective.

Prin urmare egalitatea:

$$k_M = k_n^2 / k_l \quad (8)$$

conduce la determinarea numarului  $Fr$ .

Daca în (8) se înlocuiesc scarile rezulta:

$$Fr_n = v_n^2 / (g_n l_n) = v_m^2 / (g_m l_m) = Fr_m \quad (9)$$

si mai general:

$$Fr = v^2 / (gl) \quad (10)$$

sau, în general în studiul interactiunii dintre corpul navei si apa,

$$Fr = v^2 / \sqrt{gL_{wl}} = constant. \quad (11)$$

unde:  $g$ -acceleratia gravitacionala ( $m^2/s$ )

$L_{wl}$ -este lungimea conductei la plutire (m);

$v$  -vâscozitatea cinematica a apei ( $m^2/s$ ).

### C.Criteriul de similitudine Euler I

Criteriul de similitudine *Euler* se noteaza cu  $Eu$  si reprezinta proportionalitatea dintre fortele de presiune si fortele de inertie convective.

Prin urmare egalitatea:

$$k_p / (k_p k_l) = k_n^2 / k_l \quad (12)$$

conduce la determinarea numarului  $Eu$ .

Înlocuind in (2.90) scarile rezulta:

$$Eu_n = p_n / (r_n v_n^2) = p_m / (r_m v_m^2) = Eu_m \quad (13)$$

si mai în general:

$$Eu = p / (rv^2) \quad (14)$$

unde:  $p$  = presiunea hidrostatica  $p$ , în cazul miscarii ideale;  
=presiunea hidrodinamica totala  $p_d$ , respectiv suplimentara data de efectul vâscozitatii  $p'$ , în cazul miscarii reale, în kN/m.

$r$  =densitatea apei in  $kg/m^3$

În studiul interactiunii dintre conducta si apa avem:

$$Eu = p / (rv^2 / 2) \quad (15)$$

In care  $p$  este presiunea hidrostatica (aceasta se particularizeaza prin:presiunea hidrostatica  $p$ , în cazul miscarii ideala; presiunea hidrodinamica totala  $p_d$ , respectiv suplimentara data de efectul vâscozitatii  $p'$ , în cazul miscarii reale), în kN/m, iar  $p$  este densitatea apei in  $t/m^3$ .

### D.Criteriul de similitudine Euler II

Criteriul de similitudine EULER II este dat de relatia:

$$Eu = \left(-\frac{dp}{dL}\right) \frac{d}{rv^2} \quad (16)$$

In care  $d$  este diametrul conductei iar  $dp/dl$  este gradientul de presiune.

**E.Criteriul de similitudine Fanning**

$$F = \frac{d \cdot \Delta P_f}{2 \cdot r^2 \cdot v^2 \cdot L} \quad (17)$$

unde: L este lungimea conductei.

**F.Criteriul de similitudine Froude I si II**

$$F_{rl} = \frac{v^2}{g \cdot l} \quad (18)$$

$$F_{rII} = \frac{v}{\sqrt{g \cdot l}} \quad (19)$$

Are ca semnificatie raportul fortelor de inertie fata de forte gravitationale.

**G.Criteriul de similitudine Galilei**

$$G_a = \frac{L^3 \cdot g \cdot r^2}{h} \quad (20)$$

unde  $\eta$  este viscozitatea dinamica.

**H.Criteriul de similitudine Karman**

$$K = \frac{r \cdot d^3}{h} \left(-\frac{dp}{dL}\right) = \frac{r \cdot d^3}{h^2} \cdot 2(R_e^2 \cdot F) \quad (22)$$

**I.Criteriul de similitudine Newton**

$$Ne = \frac{\text{forta aplicata}}{\text{forta inertiala}} = \frac{F_a}{r \cdot v^2 \cdot L^2}$$

$$Ne = \frac{\text{forta de rezistenta}}{\text{forta inertiala}} = \frac{F_r}{r \cdot v^2 \cdot L^2} \quad (23)$$

**J.Criteriul de similitudine Poisevile**

$$Ne = \frac{\text{forta de rezistenta}}{\text{forta inertiala}} = \frac{F_r}{r \cdot v^2 \cdot L^2} \quad (24)$$

(25)

**K.Raport de viteze Prandtl**

$$U^+ = \frac{v}{\sqrt{\frac{\tau_v}{r}}}$$

In care v este viteza locala a fluidului iar  $\tau_v$  este efortul de forfecare la perete.

**L.Stronhal**

$$Sr = \frac{L}{v \cdot t} = \frac{D}{v \cdot t} = f \cdot \frac{D}{v} \quad (30)$$

In care L este lungimea caracteristica respectiv diametrul D, t este timpul si 1/t este frecventa.

**2.CORELATII INTRE CRITERILE DE SIMILITUDINE**

Daca se compara criteriul lui Stronhal cu criteriul lui Reynolds se poate scoate viteza ca o functie de Reynolds si avem:

$$v = \frac{Re \cdot n}{r \cdot d} \quad (31)$$

Introducem relatia 31 in relatia 30 si avem:

$$Sr = f \cdot \frac{D}{\frac{Re \cdot n}{r \cdot D}} = f \cdot \frac{r \cdot D^2}{Re \cdot n} \quad (32)$$

De asemeni D il obtinem tot din relatia lui Reynolds si anume:

$$D = \frac{Re \cdot n}{r \cdot v} \quad (33)$$

Care introdusa in relatia lui Stronhal ne da:

$$Sr = f \cdot \frac{\frac{Re \cdot n}{r \cdot v}}{v} = f \cdot \frac{Re \cdot n}{r \cdot v^2} = f \cdot \frac{\frac{Re \cdot n}{2}}{\frac{r \cdot v^2}{2}} \quad (34)$$

Aceasta forma ne indica printre altele ca criteriul Stronhal sau frecventa e o functie de energie cinetica a valurilor-vartejurilor.

$$f = \frac{Sr \cdot r \cdot \frac{v^2}{2}}{Re \cdot n}$$

Introducerea acestei componente energetice este corelata cu oboseala materialului si cu energia cinetica care se acumuleaza in sistem la o frecventa data f la momentul de timp T.

**3.Frecventa tuburilor**

Frecvența induce eforturi în tuburi. Aceste eforturi provin de la forțele ce deriva din vârtejurile provocate de mișcarea fluidului pe lângă tub și generează excitații complexe.

Este de înțeles că excitațiile sunt armonice și că depind în cele mai multe cazuri de frecvența de excitație.

$$f_i = \frac{A_i}{2p} \sqrt{\frac{EI}{M_e L_0^4}} \quad (35)$$

unde:

$f_i$ =frecvența tubului;

E-modulul lui Youngs;

I=momentul de inerție;

$L_0$ =lungimea tubului;

$M_e$ =Masa efectivă pe unitate de lungime.

Masa efectivă pe unitate de lungime este definită astfel:

$$M_e = M_s + M_c + M_a \quad (36)$$

Unde:

$M_s$ =masa structurală pe unitate de lungime;

$M_c$ =masa fluidului conținut în conductă pe unitate de lungime;

$M_a$ =masa adăugată pe unitate de lungime care este egală cu  $\frac{\rho d^2}{4}$  unde: d este diametrul tubului și  $\rho$  este densitatea apei de mare.

Așa cum am mai subliniat masa structurală depinde de timpul de funcționare a tubului și anume dacă tubul este nou atunci masa structurală este definită ca fiind doar masa otelului și a stratului protectiv. Dacă tubul este în funcțiune de mai mult timp se adaugă și efectul impus de depunerile marine.

$A_i$  este factorul de restrângere și anume reprezintă tipul de suport final al tubului (tipul de încăstrare).

## 4.CONCLUZII

Conductele submarine sunt supuse acțiunii valurilor, curenților maritimi și vânturilor, rezultanta acestor componente ale mediului fiind în primul rând apariția vibrațiilor.

Frecvența acestor vibrații produce în timp oboseala materialului și deci apariția fisurilor în conducte.

În acest material s-a încercat să se demonstreze că apariția acestor vibrații poate fi datorată:

-frecvenței de lovire a tubului de către valuri;

-energia cinetică acumulată în valuri și transferată tubului.

## BIBLIOGRAFIE

1.Timur Chis-Contribuții la studiul comportării conductelor flexibile, Editura Ex Ponto, Constanța, 2005.

2.Ilie Lata-Raport pe marginea tezei de doctorat, Ploiești, 2005.