

ANALYSE DE L'ERREUR DE TRANSMISSION D'UN ENGRENAGE

Ion BRATU, Sorin PATER, Mircea VEREȘ, Gh. ABRUDAN

Université de Oradea

Mots clés: vibrations, modulations, cepstre, détection, diagnostic.

Résumé: L'analyse par le cepstre présente des propriétés qui la rendent particulièrement adaptée à l'étude des vibrations d'engrenage. Le cepstre a la propriété de transformer un produit de convolution en somme, ce qui peut permettre de séparer la vibration produite par la source étudiée du filtrage qu'elle subit entre la source et le capteur, lorsque leurs bandes fréquentielles sont différentes. Outre cette propriété dont l'intérêt est valable pour tout enregistrement de vibrations de machines, le cepstre se révèle extrêmement utile pour l'étude de signaux présentant des modulations. L'apparition d'un défaut se trouvant souvent liée à ces phénomènes lents, l'observation de ces modulations, et surtout de leurs variations, peut donner des renseignements sur l'état d'usure de l'engrenage.

1. VIBRATIONS D'ENGRENAGE

1.1. System d'acquisition

Le dispositif d'enregistrement est le system d'acquisitions sont suivant (fig1):

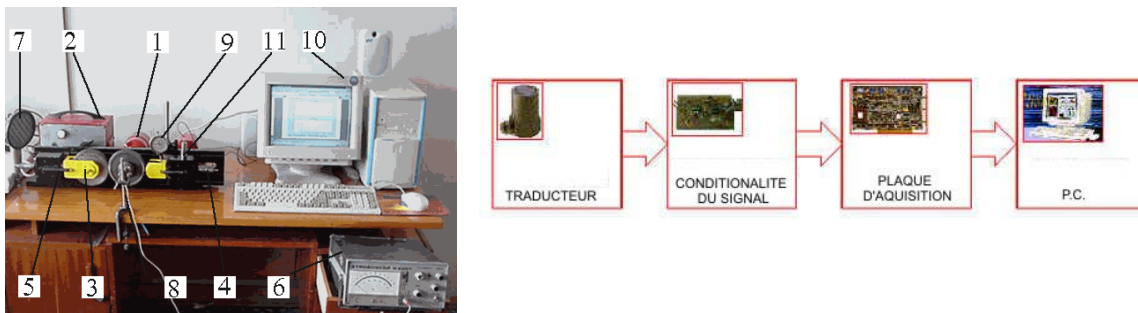


Fig.1. System d'enregistrement et d'acquisitions

Les vibrations d'engrenage sur lesquelles nous avons travaillé ont été enregistrées dans les conditions suivantes:

- La transmission étudié est composé de deux roues comportant respectivement 20 et 21 dents.
- L'arbre d'entraînement tourne à la fréquence de rotation de l'ordre de 16,67 Hz et la fréquence d'engrènement de l'ordre de 330 Hz.
- Chaque enregistrement comporte 15000 points, soit à peu près 21 périodes de rotation.
- L'échantillonnage 100 kS/s.
- La plaque d'acquisition PCI-1200, National Instruments.

Les signaux étudiés présentent deux modulations dont les fréquences respectives sont très proches l'une de l'autre. La conséquence de ce fait est que ces deux modulations sont difficilement discernables, aussi bien en temps qu'en fréquence. Dans le signal temporel, leur superposition se traduit par des battements dont la période, de l'ordre de la durée du signal, est trop grande pour que ceux-ci soient perceptibles. Dans le spectre, la différence entre les deux fréquences est inférieure à la résolution qu'autorise la longueur du signal, et dans l'auto corrélation, ces modulations sont masquées par le phénomène d'engrènement, dont l'amplitude est beaucoup plus forte.

Nous verrons comment l'analyse par le cepstre permet non seulement de mettre en évidence la présence de deux modulations là où les autres méthodes n'en discernent qu'une, mais aussi de connaître leur fréquence avec une bonne précision, et d'avoir sur leur amplitude des renseignements précieux pour le diagnostic de l'engrenage.

1.2. Signal d'engrènement

Les vibrations d'un engrenage sont produites principalement par le choc entre les dents des deux roues qui le composent. (fig.2)

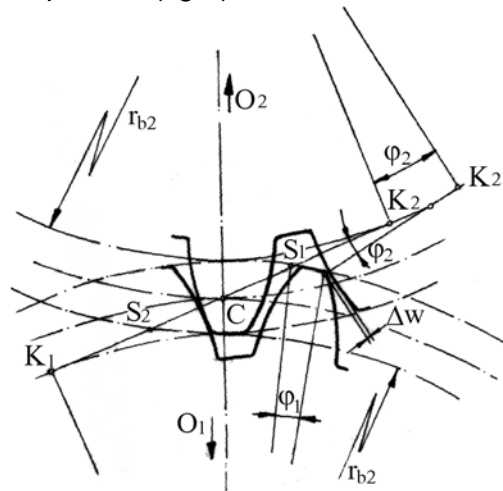


Fig.2. Le choc median

La vibration est périodique, et sa fréquence est égale à la fréquence de rotation de l'une des deux roues, multipliée par le nombre de dents de cette roue. On peut modéliser ce signal de la façon suivante:

$$s_e(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} s_e(t - n \cdot T_e) \quad (1)$$

1.3. Modulations

Le signal $s_e(t)$ est toujours modulé en amplitude et en fréquence par des signaux périodiques dont les fréquences sont les fréquences de rotation des deux roues ν_{r1} et ν_{r2} .

La caractéristique importante de ces modulations est qu'elles sont multiplicatives, et non additives. C'est pourquoi leur existence se traduit dans le spectre par une convolution avec les harmoniques d'engrènement, convolution qui étend la présence de ces modulations aux totalités du spectre.

C'est pourquoi nous modéliserons ces modulations par:

$$\left(\sum_{n=-\infty}^{+\infty} s_e(t - n \cdot T_e) \right) \left(1 + \underbrace{\left(\sum_{m=-\infty}^{+\infty} s_{r1}(t - m \cdot T_{r1}) \right)}_{\text{roue 1}} + \underbrace{\sum_{p=-\infty}^{+\infty} s_{r2}(t - p \cdot T_{r2})}_{\text{roue 2}} \right) \quad (2)$$

2. ANALYSE SPECTRALE

2.1. Caractéristiques du signal temporel

Le signal temporel est donc modélisé de la façon suivante

$$s(t) = \left(\sum_{n=-\infty}^{+\infty} s_e(t - n \cdot T_{r1}) \right) \cdot \left(1 + \left(\sum_{m=-\infty}^{+\infty} s_{r1}(t - m \cdot T_{r1}) \right) + \sum_{p=-\infty}^{+\infty} s_{r2}(t - p \cdot T_{r2}) \right) \quad (3)$$

ou T_e est la période d'engrènement, T_{r1} et T_{r2} celles des modulations, $s_e(t)$, la valeur du signal d'engrènement sur la durée de passage d'une dent, (soit T_e), et $s_{r1}(t)$ et $s_{r2}(t)$ la valeur des modulations sur la durée d'un tour de roue, (c'est-à-dire sur les durées T_{r1} et T_{r2}).

T_e , T_{r1} et T_{r2} ont en outre la propriété suivante il existe deux entiers N_1 et N_2 tels que:

$$T_{r1,2} = \frac{2\pi \cdot N_1}{\omega_1} = \frac{2\pi \cdot N_2}{\omega_2} \quad (4)$$

En effet, la fréquence d'engrènement est par définition un multiple entier de celles de rotation.

Les signaux de modulation $s_{r1}(t)$ et $s_{r2}(t)$ sont de faible énergie par rapport au signal d'engrènement $s_e(t)$.

2.2. Spectre du signal

La transformée de Fourier de l'expression (3) est somme de trois termes.

Le premier a pour expression:

$$s_e(\nu) \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(\nu - \frac{n}{T_e}\right) \quad (5)$$

Il s'agit donc d'une famille de raies périodique de période $f_e = \frac{1}{T_e}$ et dont l'enveloppe est donnée par $s_e(\nu)$ (fig.3.a).

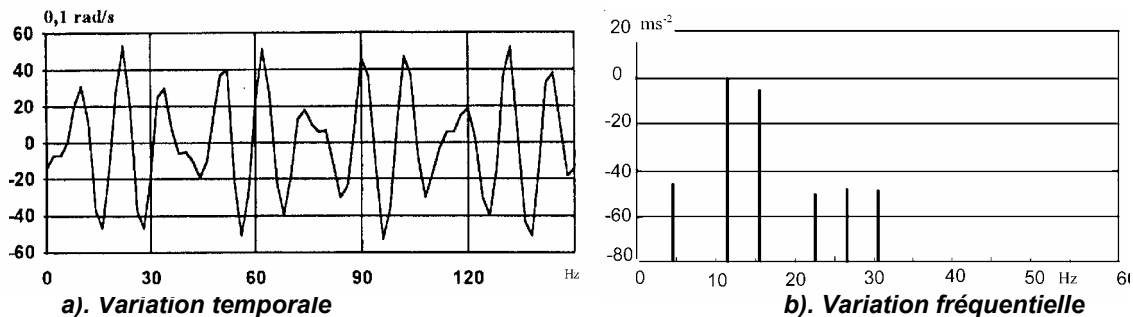


Fig.3 Phénomène d'engrènement

Les deux autres termes, dont l'expression sont donnée par:

$$\left(s_e(\nu) \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(\nu - \frac{n}{T_e}\right) \right) * \left(s_{r1}(\nu) \cdot \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \delta\left(\nu - \frac{m}{T_{r1}}\right) \right) \quad (6)$$

sont représentatifs des modulations. Ils se présentent sous forme de bandes latérales, c'est-à-dire de familles de raies réparties autour des harmoniques d'engrènement à des

distances multiples de $\frac{I}{T_{r1}} - 1$ resp. $\frac{I}{T_{r1}}$ et ayant pour, amplitude l'amplitude de $s_{r1}(v)$, (resp. $s_{r2}(v)$), pondérée par celle de l'harmonique d'engrènement considéré (fig.3.b).

Il y a un certain recouvrement entre bandes latérales voisines, plus ou moins important selon la largeur de bande de $s_r(v)$, ce recouvrement est traduit par la sommation sur n.

Ces termes peuvent encore s'écrire:

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} s_e \left(\frac{n}{T_e} \right) \cdot s_{r1} \left(\frac{m}{T_{r1}} \right) \cdot \delta \left(n - \frac{n}{T_e} - \frac{m}{T_{r1}} \right) \quad (7)$$

Cette expression définit donc une famille de raies périodique de période $\frac{I}{T_{r1}}$ (resp. $\frac{I}{T_{r2}}$) et s'étendant sur la totalité du spectre.

Ce qui nous intéresse est de connaître avec exactitude la période de chacune des familles de raies produites par les modulations et l'importance relative de ces modulations dans le spectre.

3 ANALYSE CEPSTRALE

3.1. Effets du logarithme

Le logarithme a pour premier effet de diminuer l'importance relative de l'information liée à l'engrènement.

Inversement, l'amplitude des raies de modulation est rehaussée par le changement d'échelle, en particulier celle des raies situées à mi-distance entre deux harmoniques d'engrènement, dont on a vu que la résolution du spectre suffit à les séparer.

La conséquence de ce changement d'échelle est la suivante: on est en présence de deux familles de raies, car les harmoniques d'engrènement n'ont plus l'amplitude considérable qui les distinguait des autres familles dans le spectre de puissance.

On peut donc considérer que le spectre logarithmique est de la forme:

$$c_e(v) \cdot \left(A_{r1}(v) \cdot \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \delta \left(v - \frac{m}{T_{r1}} \right) + A_{r2}(v) \cdot \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \delta \left(v - \frac{p}{T_{r2}} \right) \right) \quad (8)$$

où les sommations sur m et p traduisent la présence des séries de raies dues aux deux modulations et $c_e(v)$ représente les variations d'amplitude de ces familles de raies.

Celles-ci, en effet, malgré le nivellement d'amplitude effectué par le logarithme, sont toujours d'amplitude plus élevée au voisinage des harmoniques d'engrènement.

Autrement dit, après l'application du logarithme au spectre de puissance, le phénomène d'engrènement ne se traduit plus sur ce spectre que par une modulation d'amplitude de période v_e (fig.4a).

Remarque: Si le spectre de puissance était réellement composé de familles de raies, il serait impossible d'en prendre le logarithme à cause des valeurs nulles apparaissant dans les autres canaux. Dans la pratique, le signal étant légèrement bruité, le spectre de puissance ne présente aucune valeur nulle.

Dans l'auto corrélation, qui est la transformée de Fourier inverse du spectre de puissance, la partie du signal liée à l'engrènement masque complètement l'information concernant les modulations. En effet, la famille des harmoniques d'engrènement, formulée par (5), est d'amplitude prépondérante dans le spectre (fig.4b).

L'intérêt du cepstre est justement de réduire l'importance relative de cette famille de raies par l'action du logarithme de sorte que ces raies d'engrènement ne se distinguent plus des familles de raies (6) dans le spectre logarithmique, et leur transformée de Fourier inverse ne masque pas celles de ces familles dans le cepstre.

3.2. Résolution du cepstre

Il faut noter l'importance du rôle que joue la proportionnalité entre les fréquences d'engrènement et de modulations.

Reprenons en effet l'expression (7) du spectre du signal, en nous limitant au cas d'une seule modulation pour simplifier l'écriture:

$$s(\nu) = s_e(\nu) \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(\nu - \frac{n}{T_e}\right) + \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} s_e\left(\frac{p}{T_e}\right) \times s_r\left(\frac{m}{T_r}\right) \cdot \delta\left(\nu - \frac{p}{T_e} - \frac{m}{T_r}\right) \quad (9)$$

On a vu que le deuxième terme de cette expression définit une série de raies espacées de $\frac{1}{T_r}$ parce que T_e et T_r sont proportionnelles. Il s'agit donc de détecter un phénomène présentant une périodicité à la période $\frac{1}{T_r}$ et s'étendant sur tout le spectre.

Supposons maintenant que cette proportionnalité n'existe plus. Ce deuxième terme serait alors l'expression de plusieurs phénomènes présentant une périodicité de période $\frac{1}{T_r}$, mais de largeur de bande $\Delta\nu$ égale seulement à la largeur des bandes latérales, et non plus d'un seul phénomène, s'étendant sur tout le spectre, ce qui est illustré par la figure 4e.

Ils seraient donc représentés dans le cepstre non plus par une série de raies mais par une série de raies convolutées avec un sinus cardinal dont le premier lobe aurait pour largeur $\frac{1}{\Delta\nu}$, durée très supérieure à la période d'échantillonnage. Aussi, pour peu que la fréquence des battements entre les modulations soit inférieure à $\Delta\nu$, l'information concernant ces deux modulations serait mélangée dans le cepstre.

4. CONCLUSION

L'analyse de cepstre s'avère être un complément important du spectre dans l'étude des vibrations d'engrenage. En effet l'état d'usure d'un réducteur est fortement lié aux phénomènes de modulation que présentent les vibrations de l'engrenage. Or, ces modulations sont de faible énergie par rapport au signal d'engrènement, ce qui rend leur détection difficile. Dans le spectre, leur présence se traduit par des séries de raies, mais la durée du signal étudié n'offre pas toujours une résolution suffisante en fréquence pour qu'on puisse séparer les différentes séries de raies et les attribuer aux phénomènes qui en sont la cause.

L'analyse de cepstre, classiquement utilisée pour la détection des modulations (Randall [5, 6]) a permis, dans le cas que présente cet article, de mettre en évidence la présence de deux modulations là où le spectre n'en montrait qu'une, et de déterminer avec précision la fréquence de ces modulations. L'exemple traité mettant particulièrement bien en relief l'efficacité du cepstre pour la séparation des modulations, du fait du faible rapport de réduction de l'engrenage étudié, nous avons utilisé cette application pour

détailler l'effet du cepstre sur le signal et mettre en évidence le rôle de la proportionnalité entre les fréquences d'engrènement et de modulations dans la résolution du cepstre.

On montre aussi comment l'apparition d'un défaut sur la roue à 20 dents provoque une augmentation de l'amplitude de la raie correspondante dans le cepstre, alors que ce défaut ne se manifeste pas encore dans le signal temporel.

L'analyse de cepstre permet donc dans ce cas de détecter la présence d'un défaut et de déterminer quelle est la roue abîmée.

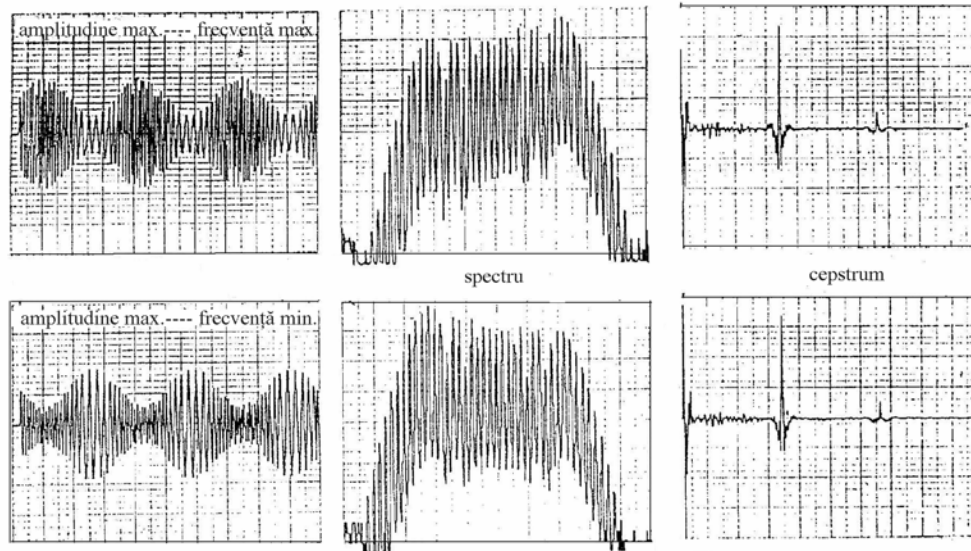


Fig.4. Modulation d'amplitude et fréquentielle

BIBLIOGRAPHIE

- [1] J. C. BALLUET, Les opérateurs cepstres. Application à la séparation d'échos rapprochés. Thèse de l'INPG, 1979, pp. 1-125.
- [2] B. P. BOGERT, M. J. R. HEALY, J. W. TUKEY, The frequency analysis of time series for echoes. Proc. Symp. on the Time Series Analysis, 1963, chap. 15, pp. 209-243. volume 8
- [3] C. CAPDESSUS M. SIDAHMED Toothed gearing vibrations analysis cepstrum, correlation, spectrum
- [4] A. V. OPPENHEIM, R. W. SCHAFFER, T. G. STOCKHAM, Nonlinear filtering of multiplied and convolved signals. IEEE transactions on audio and electro acoustics, September 1968, vol. AU-16, n° 3, pp. 37-466.
- [5] R. B. RANDALL, A new method of modeling gear faults. Journal of Mechanical Design, April 1982, vol. 104, pp. 259-267.
- [6] R. B. RANDALL, Cepstrum analysis and gearbox fault diagnosis Edition 2. Bulletin technique. Bruel and Kjaer application note, 1980, pp. 1-19.
- [7] R. B. RANDALL, Applications de l'analyse cepstrale à l'interprétation des signaux acoustiques et vibratoires issus des machines. Colloque GRETSI, 1977, pp. 31.1 à 31.6.