

## MODELAREA CINEMATICĂ A STRUCTURILOR ARTICULARE ECHIVALENTE GLEZNEI PICIORULUI UMAN

Petre ALEXANDRU, Ionel ȘTEFAN  
Universitatea Transilvania din Brașov  
E-mail: alex.p@unitbv.ro

**Keywords:** cinematic models, ankle, foot

**Abstract:** On the ground of the human foot's structure and rotation, are being presented in this paper the articulated mechanical models, which are equivalent to the flexion and pronation movements and the relations of the position functions of the systems are being deduced

### 1. MODELE SELECTATE

După cum se știe, articulația gleznei permite piciorului efectuarea a trei mișcări: flexia – extensia în jurul unui ax transversal ( $y$ ), pronația – supinația în jurul unui ax înclinat aproximativ longitudinal ( $x$ ) și pivotarea în jurul axei verticale ( $z$ ) – mai puțin caracteristică (fig. 1), prezentare mai riguroasă a acestora fiind în lucrările [1, 2].

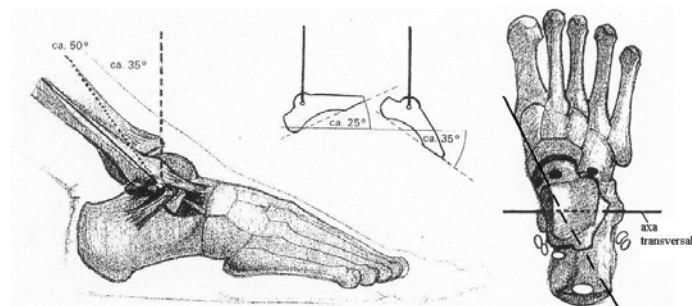


Fig. 1.

Dintre modelele mecanice articulate propuse [ ] pentru materializarea acestor mișcări, în lucrarea de față se va reține pentru modelarea cinematică schemele din figura 2, acționate prin actuatori liniari. Astfel:

- fig. 2,a – structură monomobilă plană, pentru rotația de flexie ( $\beta$ );
- fig. 2,b – structură bimobilă spațială, pentru mișcările de flexie ( $\beta$ ) și pronație ( $\gamma$ );
- fig. 2,c – structură bimobilă spațială, pentru mișcările de flexie și pronație.

Modele mecanice articulate, propuse/selectate aici, sunt adecvate materializării mișcării principale a gleznei, cea de flexie în jurul axei  $y$ , respectiv flexie și pronație (în jurul axei  $x$ )

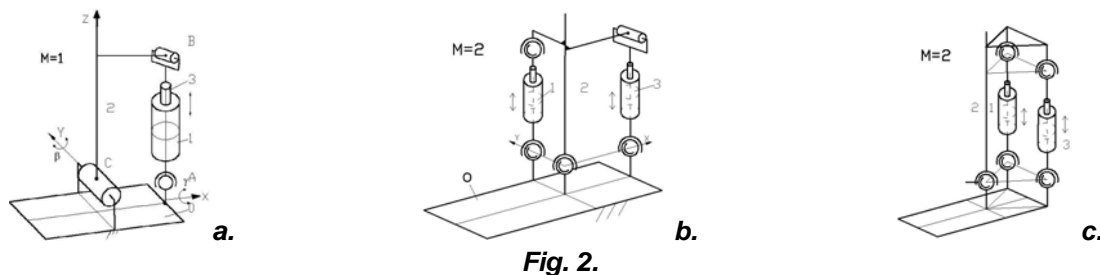


Fig. 2.

Teoretic legile de mișcare obținute cu aceste scheme sunt simple de dedus și de manevrat.

## 2. MODELARE CINEMATICALĂ

▪ **Mecanismul monomobil** din schema 2,a este definit în poziția inițială în sistemul xz (fig. 3) prin brațul 1 (gamba) dispus după axa z verticală, adică conform schemei  $OAB^0D^0$ . Pentru **parametrii geometrici**  $X_A, Z_A$  ( $\delta_0 = \arctg Z_A / X_A$ ),  $l = \overline{OB}$  și  $\varepsilon_0 = \angle BOD$ , poziția inițială este definită de unghiul  $\varphi_1^0 = 90^\circ - \varepsilon_0$ , căruia îi corespund lungimea actuatorului în **poziția de referință**.

$$S^0 = \sqrt{l^2 + e^2 - 2le \cos(\varphi_1^0 + \delta_0)}. \quad (1)$$

La o lungime curentă a actuatorului  $S_1 = \overline{AB}$  corespunde poziția marcată prin unghiul  $\varphi_1$ ,

$$\varphi_1 = \arccos \frac{l^2 + e^2 - S_1^2}{2le} - \delta_0, \quad (2)$$

ca atare **flexia  $\beta$**  va fi:

$$\beta = \varphi_1 - \varphi_1^0 = \varphi_1 + \varepsilon_0 - 90^\circ. \quad (3)$$

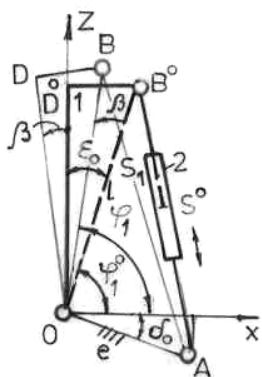


Fig. 3.

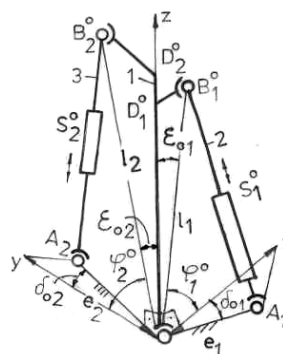


Fig. 4.

▪ În cazul **mecanismului bimobil** din figura 2,b, în mod asemănător celui de mai sus, schema în poziția inițială  $OA_1B_1^0D_1^0 - OA_2B_2^0D_2^0$  are brațul 1 -  $OD_1^0D_2^0$  după axa z, iar parametrii geometriei (fig. 4):

$$x_{A_1}, z_{A_1} (\delta_{01} = \arctg z_{A_1} / x_{A_1}), l_1 = OB_1, \gamma_{01} = \angle B_1^0OD_1^0 = \angle B_1OD_1, \varphi_1^0 = 90^\circ - \varepsilon_{01},$$

$$y_{A_2}, z_{A_2} (\delta_{02} = \arctg z_{A_2} / y_{A_2}), l_2 = OB_2, \gamma_{02} = \angle B_2OD_2, \varphi_2^0 = 90^\circ - \varepsilon_{02},$$

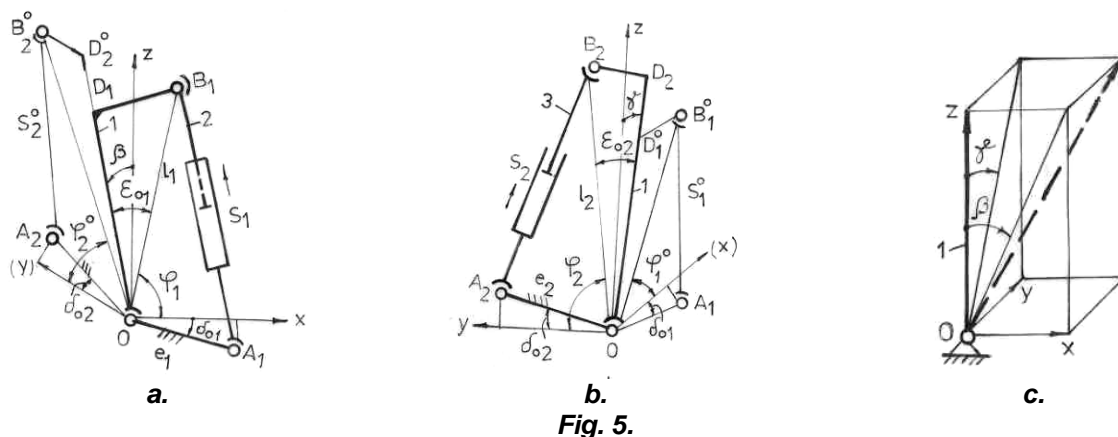
respectiv lungimile de referință ale actuatorilor:

$$S_1^0 = \sqrt{l_1^2 + e_1^2 - 2l_1e_1 \cos(\varphi_1^0 + \delta_{01})}, S_2^0 = \sqrt{l_2^2 + e_2^2 - 2l_2e_2 \cos(\varphi_2^0 - \delta_{02})}. \quad (4)$$

Variabilelor independente – lungimile curente  $S_1 = A_1B_1$  și  $S_2 = A_2B_2$  – ale actuatorilor, în mod asemănător le corespund valorile curente în primul (fig. 5,a), respectiv al doilea contur (fig. 5,b):

$$\varphi_1 = \arccos \frac{l_1^2 + e_1^2 - S_1^2}{2l_1e_1} - \delta_{01}, \quad (5)$$

$$\varphi_2 = \arccos \frac{l_2^2 + e_2^2 - S_2^2}{2l_2e_2} + \delta_{02}. \quad (6)$$



Ca atare, flexia, respectiv pronația va fi:

$$\beta = \varphi_1 - \varphi_1^0 = \varphi_1 + \varepsilon_{01} - 90^\circ, \quad (7)$$

$$\gamma = \varphi_2 - \varphi_2^0 = \varphi_2 + \varepsilon_{02} - 90^\circ. \quad (8)$$

Cele două deplasări, luate separate, nu produc efect decât în propriul contur, acționarea concomitentă deplasând gamba 1 după diagonala paralelipipedului drept cartezian (fig. 5,c).

▪ **Mecanismul bimobil** din schema 2,c prezintă o simetrie față de axa longitudinală x. Astfel parametrii geometrici (fig. 6,a) care definesc schema sunt:

$$e_1 = e_2 = \overline{OA_{1,2}} = e, \quad l_1 = l_2 = \overline{OB_{1,2}} = l, \quad b_0 = \overline{EB_{1,2}}, \quad d_0 = \overline{DE}, \quad a_0 = \overline{CA_{1,2}},$$

respectiv

$$l_0 = \overline{OE} = \sqrt{l^2 - b_0^2}, \quad d = \overline{OD} = \sqrt{l_0^2 - d_0^2}, \quad \varepsilon_0 = \arctg d_0 / d, \quad e_0 = \overline{OC} = \sqrt{e^2 - a_0^2}.$$

S-a făcut particularizarea că  $Z_{A_{1,2}} = 0$ . Mecanismul are la poziția inițială – de referință gamba 1 dispusă după axa z verticală, astfel că unghiul  $\varphi^0$  și înălțimea  $h^0$  sunt date de relațiile:

$$\varphi^0 = 90^\circ - \varepsilon_0, \quad h^0 = \overline{CE^0} = \sqrt{l_1^2 + e_0^2 - 2l_0e_0 \cos \varphi^0}. \quad (9)$$

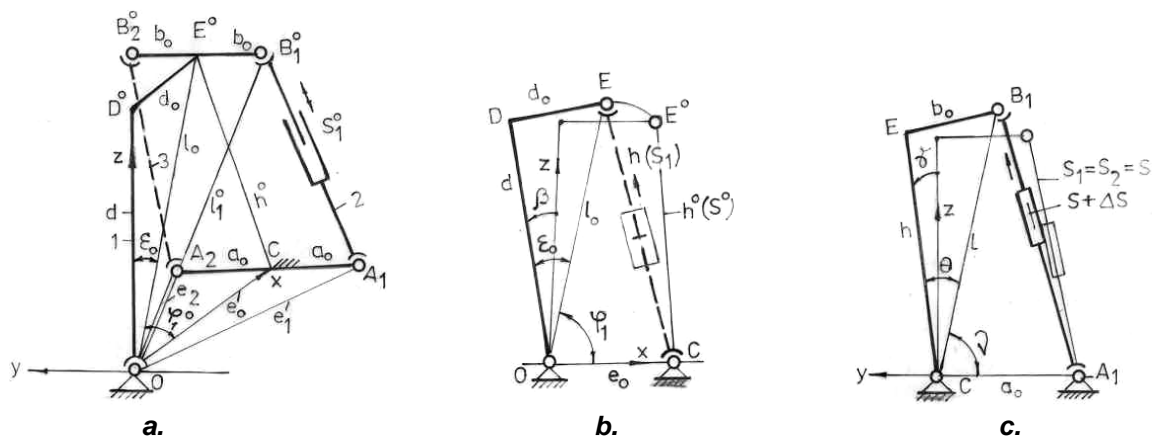


Fig. 6.

Atunci lungimea de referință a actuatorului este:

$$S_{1,2}^0 = \overline{A_1B_1^0} = A_2B_2^0 = \sqrt{h^{02} + (a_0 - b_0)^2}, \quad (10)$$

respectiv unghiul

$$\varphi_1^0 = \arccos \frac{l^2 + e^2 - (S_1^0)^2}{2el}. \quad (11)$$

Sistemul suportă două faze caracteristice:

- curse egale  $S_1 = S_2 = S$ , când au loc numai flexia cu unghiul  $\beta$ , în jurul axei  $y$ ;
- curse egale  $S_1 \neq S_2$ , respectiv  $S_1 = S_2 + \Delta S$ , cu  $\Delta S \neq 0$ , la care pentru  $S_2 = S_1 - \Delta S = S$  apare flexia  $\beta$ , iar pentru  $\Delta S$  apare pronația  $\gamma$ .

În prima variantă, la cursa  $S$ , lungimea  $EC$  mediană devine (fig. 6b):

$$h = \sqrt{S^2 - (a_0 - b_0)^2}, \quad (12)$$

după care schema devine echivalentă figurii 3 (cu particularitatea constructivă considerată  $\delta_0 = 0$ ), deci:

$$\varphi_1 = \arccos \frac{l_0^2 + e_0^2 - h^2}{2l_0e_0}, \quad \beta = \varphi_1 + \varepsilon_0 - 90^\circ. \quad (13)$$

În varianta curselor inegale se pleacă de la poziția de mai sus (12 – 13). Proiectând în plan perpendicular pe axa  $x$  (fig. 6, c), se deduc relațiile, respectiv pronația  $\gamma$ :

$$l = \sqrt{b_0^2 + h^2}, \quad \gamma = \arccos \frac{l^2 + a_0^2 - (S + \Delta S)^2}{2la_0}, \quad (14)$$

$$\theta = \arctg b_0 / h \Rightarrow \gamma = \nu + \theta - 90^\circ. \quad (15)$$

### 3. CONCLUZII

Modelele structural-geometrice propuse și relațiile de analiză cinematică prezentate pot constitui o bază pentru o structură mecanică care să echivaleze glezna piciorului uman.

### BIBLIOGRAFIE

1. Alexandru, P., Diaconescu, D., Ștefan, I. *Modelări structurale prin mecanisme articulate a gleznei piciorului uman. Conferința IMT'07, Universitatea din Oradea, 2007.*
2. Alexandru, P., Diaconescu, D., Ștefan, I. *Modelarea prin angrenaje a articulației gleznei piciorului uman. Conferința Internațională TMCR'07, Chișinău, 2007.*
3. Ranga, V., Șeicar, T., Alexe, F. *Anatomia omului.* Ed. Medicală, București, 1962.